

投票機構による公共財の供給

千葉 昌 夫

1. は し が き

財を私的財と公共財とに分類する。私的財とは、Samuelson〔11〕によれば、その社会の各個人が、それぞれの財を排他的に消費するような財である。公共財の定義に関しては、現在明確な解答が与えられていない。ここでは、公共財を「共同消費」(joint consumption)および「排除不可能性」(non-excludability)という二つの性質を持つ財と定義する。

「共同消費」とは、Samuelson〔11〕によれば、「各個人の財の消費が他の人々によるその財の消費を削減しないという意味において、すべての人々が、共同して享受する財である」ことを意味する。

「排除不可能性」とは、Dorfman〔3〕によれば、「財・サービスのなかにはひとたび利用可能になると、その財・サービスの供給に対して対価を支払おうが支払うまいが、その財・サービスの享受を誰も排除されない」ことを意味する。

公共財は後者の性質により、その費用負担の問題ともからんで、各消費者が自己の選好を正直に顕示しないから、本質的に市場的解決の不可能な財である。

公共支出ないし公共財の供給に関する公共経済学の課題は、根岸〔9〕により、次の三段階において考えてみることができる。

(1) まず、公共財の最適供給条件をあきらかにすることであり、これは、経済の最適な編成、運用を論ずる厚生経済学の任務である。

(2) 次に、公共財の供給に関する社会的意思決定を行う政治的・行政的機構の分析解明を通じて、どのような場合にどれだけの公共財が供給されるのかをあきらかにすることである。これは、市場機構により供給される

通常の私的財について競争的な市場、寡占的な市場、独占的な市場などを分析する価格理論に対応するものである。

(3) 最後に、(1)と(2)を総合することにより、どのような政治的・行政的な機構が公共財の供給に関して最適であるのかをあきらかにし、かつ特定の政治的・行政的機構について公共財の供給がどのような意味で、どの程度に最適でないのかを検討することである。

現在の公共財の理論は、(2)の議論が不足しているために、ほとんど(3)へ進めることができず、多くの議論は(1)にとどまらざるを得ない。

この小論は、公共財の理論を(2),(3)へ進めている Bowen [2] と Negishi [8] の論文を中心として、公共財の数が単一の場合、その供給の問題が、投票機構¹⁾により、どのように解かれているかを検討することである。ただし、運営費用 (transaction cost)²⁾ は考慮しない。

2. 公共財の最適供給量

2.1 公共財の最適供給条件

n 人の消費者、1私的財および1公共財を想定する。消費者 α が消費する私的財の量および公共財の量をそれぞれ x_1^α , x_2^α で表わす。私的財の総供給量を x_1 , 公共財のそれを x_2 とする。私的財と公共財の条件は、それぞれ (2.1.1) と (2.1.2) で表わされる。

$$x_1 = \sum_{\alpha=1}^n x_1^\alpha \quad (2.1.1)$$

$$x_2 = x_2^\alpha \quad (\alpha=1, 2, \dots, n) \quad (2.1.2)$$

消費者 α の効用関数は次の式で示される。

$$u^\alpha = u^\alpha(x_1^\alpha, x_2^\alpha) \quad (\alpha=1, 2, \dots, n) \quad (2.1.3)$$

ただし、 u^α は連続微分可能、狭義の単調増加、強準凹であるとする。

1) 投票機構とは限定された少数個の問題について、社会の成員が何らかの形で判断を明示し、それを社会全体としてあらかじめ定められたルールで量的に集計するシステムである。村上・熊谷・公文 [7] p. 151.

2) 運営費用は①排除の費用、②コミュニケーションおよび情報の費用、③不均衡の費用を含む。Arrow [1] pp. 17-18.

社会的変換関数は次の式で示される。

$$T(x_1, x_2) = 0 \quad (2.1.4)$$

ただし、 T は連続微分可能、狭義の単調減少、凹であるとする。

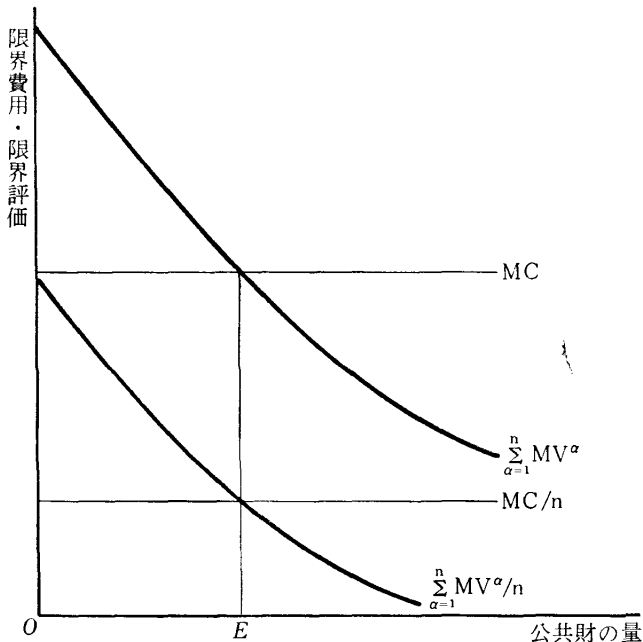
パレート最適条件を求める。

$$\sum_{\alpha=1}^n \frac{\partial u^{\alpha} / \partial x_2^{\alpha}}{\partial u^{\alpha} / \partial x_1^{\alpha}} = \frac{\partial T / \partial x_2}{\partial T / \partial x_1} \quad (2.1.5)$$

これが公共財についての最適供給条件であり、公共財と私的財についての各消費者の限界代替率を社会全体について合計した値が、社会の限界変換率に等しいことを意味する。あるいは、私的財をニューメレールとするならば、個人の公共財の限界評価の総和が、公共財の生産の限界費用に等しいと表現してもよい。

2.2 公共財の最適供給量

Bowen モデルを説明するために、次の二つのことを仮定する。



第 1 図

(1) 社会的変換関数(2.1.4)は線型である。

(2) 各消費者の公共財と私的財の限界代替率は、私的財から独立である。

(1)により、公共財の限界費用(MC)は一定になる。(2)により、すべての個人にとって、公共財の限界評価(MV^a)は、すべての公共財の量に対して、私的財の量に関係なく一意的に確定され、公共財と私的財の限界代替率逓減により右下りの曲線になる。第1図には、横軸に公共財の量を、縦軸にその限界費用と限界評価をとる。公共財の最適供給量は、 $\sum_{a=1}^n MV^a = MC$ あるいは $\sum_{a=1}^n MV^a/n = MC/n$ を満す OE である。

3. Bowen モデル

3.1 Bowen モデル

各個人が「一人一票」という形で公共財の供給量の決定に「直接参加」する場合、最適量を決定する可能性が存在するかどうかを、Bowen [2] にしたがって検討する。彼は次のような仮定をおく。

(1) 社会のすべての個人は実際に投票し、各個人は自己の限界評価と自己の限界負担費用が一致する量に投票する。

(2) 公共財の供給量に関係なく、費用はすべての個人の間で平等に分担される。すなわち、各個人の限界負担費用は MC/n である。

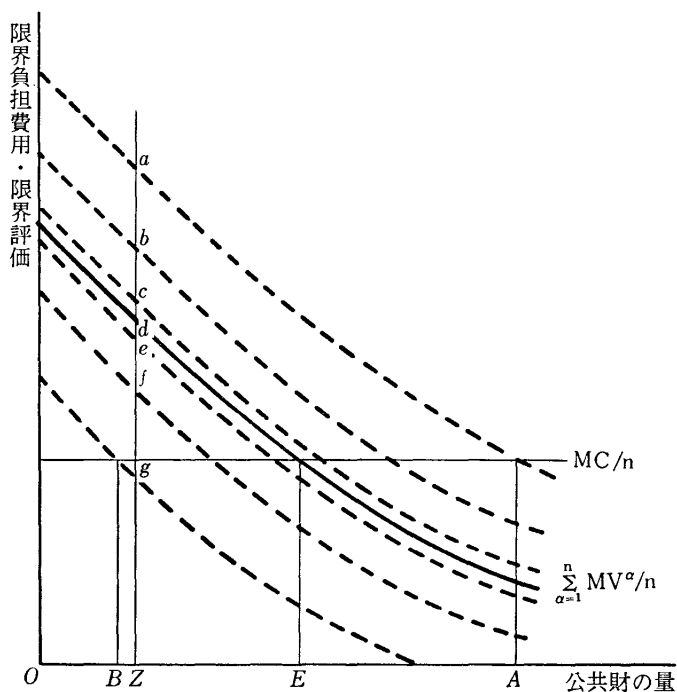
(3) 個人の限界評価曲線は、平均社会的限界評価曲線 $\sum_{a=1}^n MV^a/n$ を最頻値曲線として対称型に分布している。

仮定(3)は次のことを述べている。第2図の横軸上の点 Z の上に法線をたて、各限界評価曲線との交点を a, b, c, d, e, f, g とする。すると、それらの交点はその法線上で d を最頻値として正規分布している³⁾。

(4) 投票の最頻値を社会的決定とする。

このような仮定のもとで投票が行われた場合、個人は第2図の OB 、 OE あるいは OA などに投票するが、 OE の得票数は他のどの量の得票数

3) ただし、限界評価の最低値はゼロだから、公共財の量が比較的大きいところでは、最頻値は平均値より小さい。Bowen [2] p. 35.



第 2 図

よりも多い。故に、投票の最頻値は最適量と一致するから、Bowen は、政府が投票の最頻値を供給すべきであると提案する。

3.2 問題点

Bowen モデルによれば、公共財の最適供給量を知ることができるが、次のような問題点が存在する⁴⁾。

- (1) 個人の限界評価曲線が正規分布の場合に限定されている。
- (2) 投票の最頻値は相対的多数にすぎないので、それを社会的な決定とすることに対しては不満が存在する。
- (3) 公共財の供給量を投票によって決定する場合、費用の負担を税金の形で強制的にわりあてる以上、市場機構による決定とは異なり不利になる

4) Samuelson [11] p. 389, Negishi [8] p. 324, 村上 [6] pp. 21-23.

個人が存在する。

(4) 投票制は、人と人との直接的相互干渉という政治過程のエッセンスを捨ててしまっている危険が少くない。

(5) 通常、投票者は自己の需要する公共財の量に投票するのではなく、その供給主体である政府によって提案された量に、反対か賛成かを投票するのである。投票者の選択は、ゼロか政府の提案した量のどちらかである。故に、投票の結果は最適であるという保証はない。Bowen モデルの根本的な欠陥は、公共財の供給主体である政府に、最適量である最頻値を供給する誘因あるいは動機が存在するかどうかを説明していないことである。

Dorfman [3] は、投票者は社会的な決定を自己にとって有利にするために、戦略的な行動をとるので、公共財の供給量は過大になると批判している。しかし、Negishi [8] が反論しているように、平均値ではなく最頻値が社会的な決定として採用されるのだから、投票者は戦略的な行動をとっても無駄である。したがって、Dorfman の Bowen 批判はあやまりである。

4. Negishi モデル

現代の民主主義社会においては、政府は政党に基礎をおき、したがって、政府の行動は政党の行動によって左右されると考えられる。このことを考慮して、Negishi [8] は、Bowen モデルに対する批判のうち(2)と(5)に対応するために、「二大政党モデル」を展開し、政権を求めて競争する二大政党のいずれかにより政府が構成される場合には、政党間の競争を通じて公共財の供給量は最適化されるということを示した。

4.1 Negishi モデル

第1政党と第2政党という二つの政党の存在を仮定する。第1(2)政党によって計画された公共財の供給量を $x(y)$ 、第1(2)政党の支持率を $F(G)$ とする。棄権が無いとすれば、投票者は x と y のいずれかを選択しなければならないので、

$$F(x, y) + G(x, y) = 1 \quad (4.1.1)$$

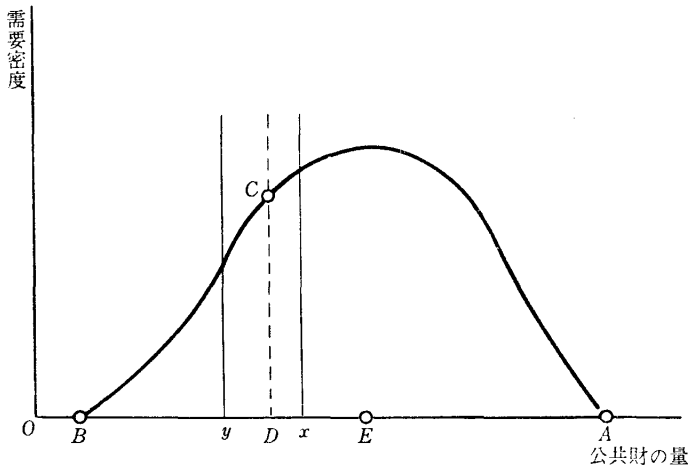
が成立する。政党のイデオロギーについて次のような仮定をおく。第1政党は第2政党よりもつねに公共財をより多く供給しようとする。このような意味で、前者を社会主義政党 (social party)、後者を自由主義政党 (liberal party) とよぶ。これを定式化すれば、

$$x \geq y \quad (4.1.2)$$

となる。

投票者の行動を次のように仮定する。公共財に対する需要が $x(y)$ より大きい (小さい) 人は、すべて第1(2)政党を支持する。第1政党を支持する人は、第2政党を支持する人よりもつねに大きい量を需要するように、 x と y の中間の量を需要する人は、二つの政党の間で連続的に分割される。 F と G は連続微分可能な関数である。第3図は第2図をもとにして描かれ、個人の需要分布を示す。公共財の量は横軸に、個人の需要密度は縦軸にはかれる。

x と y が第3図のように表わされるとき、 A と D の間の量を需要する投票者は第1政党を支持し、 B と D の間の量を需要する投票者は第2政党を支持する。 F は面積 ACD を、 G は面積 CDB を表わす。点 E は最適点を



第 3 図

示す。各個人は、公共財の供給量の決定に「一人一票」という形で「間接参加」することになる。

政党の行動を次のように考える。政党は政権の座にないときは、政権を獲得するために得票最大化行動をとり、政権を獲得するために必要な最小の支持率50パーセントを得た後は、イデオロギーの満足を最大にしようとする。

政権獲得のミニマムの条件は $F=1/2$ あるいは $G=1/2$ だから、 $F-1/2>0$ ならば x は増加し、 $G-1/2>0$ ならば y は減少する。(4.1.1) を考慮すれば、 $G-1/2=-(F-1/2)$ だから、 $F-1/2<0$ ならば y は減少する。政党の行動は次の自律系の微分方程式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= H_1 \left(F - \frac{1}{2} \right) + H_2 (y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= H_3 \left(F - \frac{1}{2} \right) + H_4 (x - y) \end{aligned} \right\} \quad (4.1.3)$$

ここで t は時間を表わす。 $H_i (i=1, \dots, 4)$ は次の条件を満たす連続微分可能な関数である。 $F-1/2>0$ ならば $H_1>0$ 、 $F-1/2\leq 0$ ならば $H_1=0$ 、 $F-1/2\geq 0$ ならば $H_3=0$ 、 $F-1/2<0$ ならば $H_3<0$ である。 H_1 と H_3 は非減少関数であり、 H_2 と H_4 は符号を変えない増加関数である。

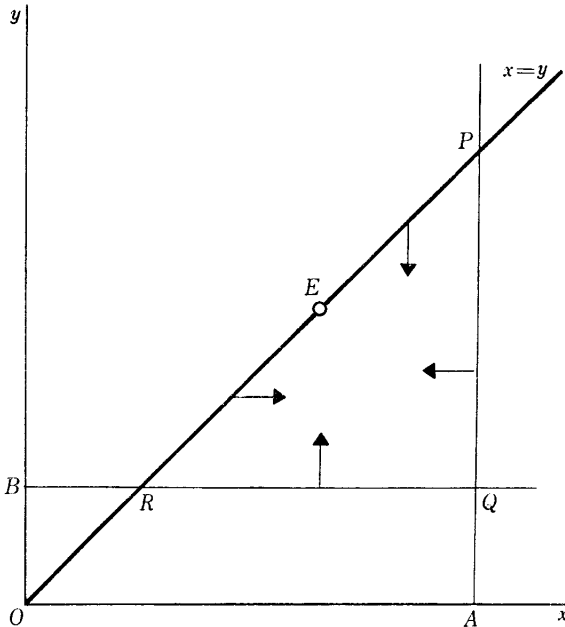
条件(4.1.2)は(4.1.3)の解によって常に満たされる。なんとならば、もし変化があるとすれば、 $x=y$ のとき x は増加するかあるいは y は減少するかのいずれかだからである。第3図から、 $F-1/2=0$ かつ $x=y$ を満たさなければならぬ微分方程式(4.1.3)の唯一の特異点 (singular point)⁵⁾ は最適点 E である。

y が第3図の B にあると仮定する。 x が B あるいは B と E の間にあるならば、 $F-1/2>0$ であり、(4.1.3) から $dy/dt>0$ である。他方、 x が A の近くにあるならば、 $x-y$ は非常に大であり、 $F-1/2$ は負の可能性はあるが、その絶対値は小であろう。したがって、 H_4 は H_3 を圧倒す

5) $H_1(F-1/2)+H_2(y-x)=0$ かつ $H_3(F-1/2)+H_4(x-y)=0$ を満す点 (x, y) を微分方程式(4.1.3)の特異点という。

るとおもわれるので、 $dy/dt > 0$ と仮定してもさしつかえない。同様に、 x が A にあると仮定する。 y が A あるいは A と E の間にあるならば、 $F - 1/2 < 0$ であり、(4.1.3)から $dx/dt < 0$ である。他方、 y が B の近くにあるならば、 $y - x$ の絶対値は非常に大であり、 $F - 1/2$ は正の可能性があるが、小であろう。したがって、 H_2 は H_1 を圧倒するとおもわれるので、 $dx/dt < 0$ と仮定してもさしつかえない。

政党を経営する人も投票者だから、(4.1.3)の解の初期条件は、第4図の閉集合 PQR 内に限定される。 $x=y$ 、 $x=A$ および $y=B$ の場合における上述の考察から、解はつねに集合 PQR 内に存在する。したがって、Bendixsonの定理⁶⁾から、(4.1.3)の解は特異点あるいは極限閉軌道



第 4 図

6) Bendixson の定理：微分方程式 (4.1.3) の積分曲線が $t \rightarrow \infty$ に対して有限領域 PQR 内にあり、かつ、 PQR 内に特異点が存在しないならば、その積分曲線は閉曲線であるか、あるいは、閉じた積分曲線に収束する。Levinson and Smith 5] p. 386.

(limit cycle)⁷⁾に収束する。しかし、 E が唯一の特異点だから極限閉軌道は存在しない。これは次のようにして証明される。集合 PQR 内に極限閉軌道が存在すると仮定する。関数 $H_i (i=1, \dots, 4)$ についての仮定と $\partial F/\partial x < 0, \partial F/\partial y < 0$ から

$$\frac{\partial H_1}{\partial x} + \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_3}{\partial y} + \frac{\partial H_4}{\partial y} < 0 \quad (4.1.4)$$

である。ゆえに、Poincaréの安定条件⁸⁾

$$\int_0^T \left(\frac{\partial H_1}{\partial x} + \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_3}{\partial y} + \frac{\partial H_4}{\partial y} \right) dt < 0 \quad (4.1.5)$$

が満たされる。ただし T は周期である。ここで、二つの極限閉軌道が存在するならば、中間に不安定な極限閉軌道が存在する。これはPoincaréの安定条件と矛盾する。故に、安定な極限閉軌道はユニークである。次に、極限閉軌道の内部にある点を考えよう。この点をとおる(4.1.3)の解は、 $t \rightarrow \infty$ に対して極限閉軌道に収束するが、 $t \rightarrow -\infty$ に対しては極限閉軌道の内部の特異点に収束しなければならない。これは、 E が唯一の特異点であるということに矛盾する。したがって、(4.1.3)の解に対して唯一の可能な極限は点 E である。そこでは、両政党は公共財の最適量を供給することを計画し、投票者の1/2ずつの支持を得る。この場合、最適資源配分の観点から、どちらの政党が政権を担当しようとも無差別である。

4.2 問題点

Negishi モデルには、Bowen モデルの問題点(1)、(3)および(4)以外に次のような問題点が存在する。

(1) Dorfman [3] が扱っているように、政府や政党が提案する政策すなわち公共財は、単数個ではなく複数個である。その場合、二大政党政

7) 方程式(4.1.3)の極限閉軌道は次のように定義される。 $\{x(t), y(t)\}$ を方程式(4.1.3)の周期解とし、この解が (x, y) 平面においてえがく閉曲線を K とする。解 $\{x(t), y(t)\}$ (および軌道 K)が極限閉軌道であるというのは、曲線 K からの距離が ρ より小かつ K 上にないどんな点に対しても、その点をとおる方程式(4.1.3)の解は周期解にならないように正の数 ρ がとれることである。ポントリヤージン著、千葉克裕訳 [10] p. 216.

8) J.J. Stoker [13] pp. 253-258.

治がおこなわれたとしても、各政党の政策がパレート最適な政策に収束するかどうかは不明である。

(2) 政党の行動は、選挙における有権者の支持に左右されると仮定されている。しかし、政党の行動は、有権者の支持だけでなく、圧力団体、新聞、世論などの影響も受ける。これらの影響は、政党が政策を決定する場合、無視できるほど小さいものではない。したがって、政党の行動仮説に問題がある。

5. む す び

我々は五つの仮定

(A—1) 1 私的財、1 公共財、 n 個人が存在する。

(A—2) 社会的変換関数は線型である。

(A—3) 公共財と私的財との限界代替率は私的財から独立である。

(A—4) 個人の公共財の限界評価曲線は正規分布している。

(A—5) 公共財の供給のための費用は、すべての個人の間で平等に分担される。

のもとで、次の二つの結論を得た。

(C—1) 各個人が自己の最も選好する公共財の量に投票するならば、公共財の最適供給量は、投票の最頻値によって示される。(Bowen [2])

(C—2) 各個人が自己の支持する政党に投票するならば、政権を求めて競争する二大政党のいずれかにより政府が構成される場合には、公共財の供給量は最適化される。(Negishi [8]) (1975.5.4)

参 照 文 献

- [1] K.J. Arrow, "Political and Economic Evaluation of Social Effects and Externalities", in *The Analysis of Public Output*, ed. by J. Margolis, 1970.
- [2] H.R. Bowen, "The Interpretation of Voting in the Allocation of Economic Resources", *Quarterly Journal of Economics*, 1943, reprinted in *Readings in Welfare Economics*, ed. by K.J. Arrow and T. Scitovsky, 1969.

- [3] R. Dorfman, "General Equilibrium with Public Goods", in *Public Economics*, ed. by J. Margolis and H. Guitton, 1969.
- [4] A. Downs, *An Economic Theory of Democracy*, 1957.
- [5] N. Levinson and O.K. Smith, "A General Equation for Relaxation Oscillations", *Duke Mathematical Journal*, 1942.
- [6] 村上泰亮, 「公共経済学の現状と展望」, 『季刊現代経済』第3号, 1971.
- [7] 村上・熊谷・公文, 『経済体制』, 1973.
- [8] T. Negishi, "Dynamics of the Public Expenditure in a Two-Party System", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 1971.
- [9] 根岸隆, 「生産・利潤・公共財」, 日本経済新聞『やさしい経済学』, 1974.
- [10] ポントリャーギン著, 千葉克裕訳, 『常微分方程式』, 1968.
- [11] P.A. Samuelson, "The Pure Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics*, 1954, reprinted in *Readings in Welfare Economics*, ed. by K.J. Arrow and T. Scitovsky, 1969.
- [12] ———, "Diagrammatic Exposition of a Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics*, 1955, reprinted in *Readings in Microeconomics*, 2nd ed. ed. by W. Breit and H.R. Hochman, 1971.
- [13] J.J. Stoker, *Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems*, 1950.