

弾道演算から推定したテニスボールの 回転数と軌跡

笹 原 英 夫

1. 緒 言

近年、テニスにおける kinetics, kinematics に関する研究には種々のものがあり、熟練者と未熟者との動作の差異、インパクトのメカニクスの解析などがなされている。⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾⁽²⁰⁾

すなわち、Anderson⁽¹⁾, Miyashita et al⁽¹⁵⁾ は筋電図法および 16 mm 映画撮影法によりサーブの動作とオーバーハンドスロー動作との比較を行った。また、Hatze⁽¹²⁾ を始めとしてインパクトにおける振動、反発、ラケットのねじれに関する報告も種々ある。一方、ボールの回転に関する研究では Elliott⁽¹⁸⁾, Liu⁽¹³⁾ らが報告しているが、ボールの軌跡については述べていない。他方、三浦⁽¹⁴⁾、高木⁽¹⁹⁾、デイシュ⁽⁶⁾ はボールの弾道に関して記述しているが、その方程式は公表していない。

2. 研 究 目 的

本研究では以下の項目を目的とした。

- 2.1. フォアハンド・トップスピン・グランドストロークとトップスピ
ン・ロブとの打法の差異を検討すること。
- 2.2. 種々の Initial Condition からボールの回転数を推定し、その弾
道をシミュレートすること。

3. 研究方法

被検者；経験豊かなテニスコーチ（♂；25 yrs）。

状況設定；テニスコーチがストロークしたボールをコート上に設置した目標めがけてストロークした (Fig. 1)。

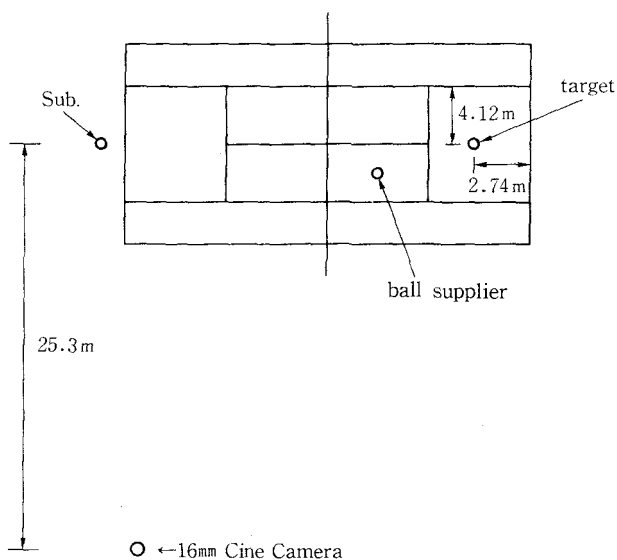


Fig. 1. Situational setting of the experiment

試行；被検者はフォアハンド・トップスピンおよび、トップスピンロブを各々5回行った。

測定；被検者の右側方（但し、被検者は右きき）25.3 m に 16 mm シネカメラ (Bolex; H16SBH) を設置し、64 f/sec でストローク動作を撮影すると共にボールの落下点を実測した。

処理；得られたフィルムをデジタイザ (Graphtec; DT1000) 上に投影し、RS-232C 回線を通じて電算処理 (NEC; PC-9801) した。

4. ボールの弾道演算

空中を飛行するテニスボールの時刻 t における速度； V_t 、水平面に対する角度； θ_t 、ボールの回転数； ω_t 、ボールの質量； m 、とすると、ボールには空気抵抗； F_t 、揚力； L_t 、重力加速度； g がかかる (Fig. 2)。

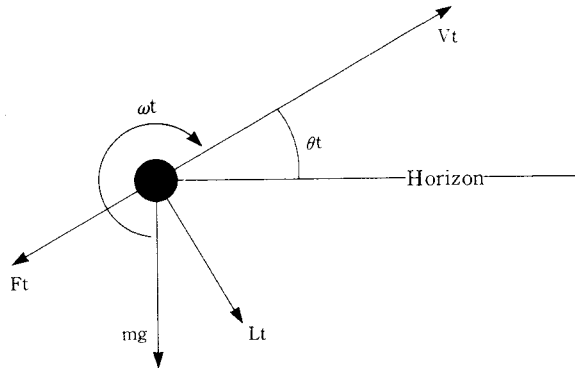


Fig. 2. Various parameters for tennis ball

4.1 抗力

粘性流体中の球に対する抗力は Reynolds 数 R が1より大きいときは速度 V の2乗に比例し、 R が1より小さいときは V に比例する。空気中のテニスボールの R は

$$R = \rho V_t \cdot 2r / \mu \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 V_t ; 時刻 t における速さ (本条件下では 18~24 m/sec)

r ; ボールの半径 ($=3.35 \times 10^{-2}$ m)

ρ ; 空気密度 ($=1.21$ kg/m³)

μ ; 粘性率 ($=1.81 \times 10^{-2}$)

したがって、本実験の条件下では $R > 1$ となる。

また、空気抵抗 F_t は

$$F_t = \frac{1}{2} C_D A \rho V_t^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで, C_D ; 抵抗係数 (≈ 0.83 ; R に依存する)

A ; ボールの断面積 ($= 3.5 \times 10^{-3} \text{m}^2$)

4.2 揚力

揚力係数 C_L はボールの回転の速さとボールの速さの比となるため, 以下の式で与えられる。

$$C_L = 2r\omega / V_t \quad \dots\dots\dots(3)$$

したがって, 揚力 L_t は

$$L_t = \frac{1}{2} C_L A \rho V_t^2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

4.3 回転数 ω の減衰

テニスボールは球殻であるため, 慣性モーメント I は

$$I = \frac{2}{3} m r^2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

また, $\omega = \omega_0 \exp(-\frac{12\pi\eta r}{m} \cdot t)$ (6)

ここで, η ; 粘性係数 ($1.81 \times 10^{-5} \text{N} \cdot \text{sec} / \text{m}^2$), t が2秒の時 ω の減衰は (6)より -7.88×10^{-4} (r/sec) となるため本研究では ω を一定とした。

4.4 電算機を用いた微分方程式の解法

$$f_{(y)} = \frac{dy}{dt} \quad \dots\dots\dots(7)$$

(7)の微分方程式の数値解法については

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \Delta y \quad \dots\dots\dots(8)$$

が考えられる。ここでの $t_{n+1} - t_n$ を時分割時間 Δt とすると, 時刻 $t + \Delta t$ におけるボールの座標は次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} X(t + \Delta t) = & V_t \cdot \cos\theta_t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \frac{F_t}{m} \cdot \cos\theta_t \cdot \Delta t^2 \\ & + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_t}{m} \cdot \sin\theta_t \cdot \Delta t^2 + X(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\begin{aligned} Y(t + \Delta t) = & V_t \cdot \sin\theta_t \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \frac{F_t}{m} \cdot \sin\theta_t \cdot \Delta t^2 \\ & - \frac{1}{2} \cdot \frac{L_t}{m} \cdot \cos\theta_t \cdot \Delta t^2 + Y(t) - \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここでの速さ $V_{x(t)}$, $V_{y(t)}$ は (8), (9) の一次微分より

$$V_{x(t)} = V_x(t - \Delta t) - \frac{F_t}{m} \cdot \cos\theta_t \cdot \Delta t + \frac{L_t}{m} \cdot \sin\theta_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$V_{y(t)} = V_y(t - \Delta t) - \frac{F_t}{m} \cdot \sin\theta_t \cdot \Delta t - \frac{L_t}{m} \cdot \cos\theta_t \cdot \Delta t - g \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots(11)$$

したがって, (10), (11) より

$$V_t = (V_{x(t)}^2 + V_{y(t)}^2)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(12)$$

また, 水平面に対する角度 θ_t は

$$\theta_t = \tan^{-1}\left(\frac{V_{y(t)}}{V_{x(t)}}\right) \quad \dots\dots\dots(13)$$

以上より, 画像から得られたデータ, すなわち, ボールの初速, 打角, 打点の位置, およびボールの落下点から ω の推定を行った。

その際, Δt は 1/10 sec より演算を開始し, $\Delta t=1/1000(\text{sec})$ で ω を 1/10(r/sec) まで推定した。

5. 結果ならびに考察

Fig. 3 にフォアハンド・トップスピン・グランドストローク (以下, TG)および, トップスピンロブ (以下, TL)のスティック・ピクチャ (typical; 64f/sec) を示す。TL は TG に比べてスイングの方向が上向きであることが認められる。Table 1 にインパクトにおける種々のパラメータおよび, 推定されたボールの回転数を示す。TG, TL の両者について, イ

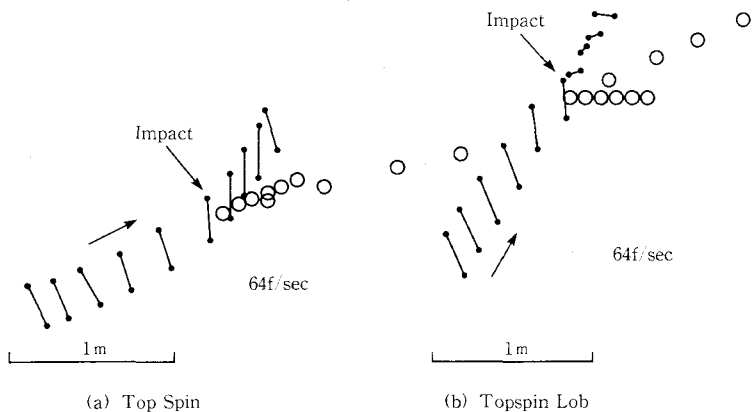


Fig. 3. Movement of racket and ball during tennis ground strokes

ンパクト時におけるラケット面の水平面に対する角度には有意差は認められなかった。

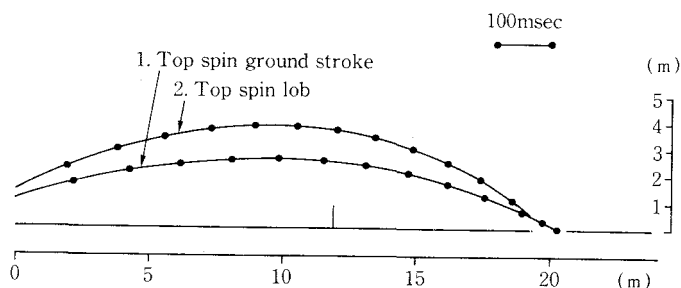
Table 1. Initial Condition and Estimated Rotation of Tennis Ball at Impact

Mean

±SD

Stroke Style	Face Angle of Racket (deg.)	Direction of Swing (deg.)	Initial Angle (deg.)	Initial Velocity (m/sec)	Rotation of Ball (r/sec)
Top Spin	93.52	42.99	16.62	23.39	15.26
	1.12	8.81	0.93	0.41	0.88
Top Spin Lob	94.87	55.19	24.77	19.82	44.40
	0.74	5.29	0.97	0.98	0.74

また、インパクト時におけるラケット面のスイング方向 ($p<.05$), 打角 ($p<.01$), および, 推定されたボールの回転数 ($p<.001$) には有意差が認められた。以上から, 両者における初期ベクトルの違いはインパクト時におけるラケット面の傾きではなく, スイングの方向に依存するものであると考えられる。



1. Initial: $v_0=23.5$ (m/sec) $\theta_0=16.5$ (deg.) $\omega=15.3$ (r/sec) $h_0=1.1$ (m)

2. Initial: $v_0=22.1$ (m/sec) $\theta_0=25.8$ (deg.) $\omega=44.4$ (r/sec) $h_0=1.4$ (m)

Fig. 4. Typical trajectory from simulation data during tennis top spin ground stroke and top spin lob

さらに、このことはテニス指導の場においてしばしばなされる「インパクトの瞬間にはラケット面を垂直に下さい。」という指示に対する理論的な裏づけになるものと考えられる。

Fig. 4 に TG および TL のシミュレートされた軌跡を示す。TLはネット上約4メートルの高さを通過するため、対戦相手のネットプレーに対して有効であることが示唆される。

6. 総 括

本研究では以下の事項を目的とした。

6.1.1. フォアバンド・トップスピン・グランドストローク（以下、TG）とトップスピン・ロブ（以下、TL）との打法の差異を検討すること。

6.1.2. 種々の Initial Condition からボールの回転数を推定し、その弾道をシミュレートすること。

被検者は経験豊かな男子テニスコーチであり、コート上に設定した目標めがけて、TG と TL を各々5回行った。その際、被検者の右側方より64f/sec で16mm撮影を行うと共にボールの落下点を測定した。得られたフィルムをデジタイザ上に投影し、座標データを電算処理した。また、弾道方程式をたて、画像データよりボールの回転数を推定した。

得られた結果は以下の通りである。

6.2.1. TG, TL 両打法の主な相違点はインパクト時におけるスイングの方向であることが明らかになった。

6.2.2. ボールの回転数は TG では $15.26 \pm 0.88(\text{r/sec})$ であり、TL では $44.4 \pm 0.74(\text{r/sec})$ であった。

6.2.3. TL の弾道はコートの中央上約4mを通過し対戦相手のネットプレーに対して有効であることが示唆された。

謝 辞

本研究の遂行に当たっては、広島大学学校教育学部保健体育研究室、総合科学部保健体育講座、工学部第二類人間工学科のスタッフの諸氏に多大なる協力を得た。ここに記して深謝します。

引 用 文 献

- (1) Anderson, M. B.: Comparison of muscular patterning in the overarm throw and tennis serve. *Res. Quart.* 1979, 50(4):541-553.
- (2) Barker, J. A. W. and B. D. Willson: The effect of tennis racket stiffness and string tension on ball velocity after impact. *Res. Quart.* 1978, 49(3):255-259.
- (3) Barker, J. A. W. and A. C. Putnam: Tennis racket and ball responses during impact under clamped and freestanding conditions. *Res. Quart.* 1979, 50(2):164-170.
- (4) Brannigan, M. and S. Adari: Mathematical modelling and simulation of a tennis racket. *Med. Sci.Sports Exercise*, 1981, 13(1):44-53.
- (5) Brody, H.: Physics of the tennis racket. *Am. J. Phys.* 1979, 47(6):482-487.
- (6) デイシュ, C. B., 岡村 浩訳: ボールゲームの物理学 みすず書房 1978.
- (7) Elliott, B. C., B. A. Blanksby and R. Ellis: Vibration and rebound velocity characteristics of conventional and oversized tennis rackets. *Res. Quart.* 1980, 51(4):608-615.
- (8) Elliott, B.: The influence of tennis racket flexibility and string tension on rebound velocity following a dynamic impact. *Res. Quart.* 1982, 53(4):277-281.
- (9) Elliott, B. C.: Tennis: The influence of grip tightness on reaction impulse and rebound velocity. *Med. Sci. Sports Exercise*, 1982, 14(5):348-352.
- (10) Elliott, B. C.: Spin and the power serve in tennis. *J. Human Movement Studies*, 1983, 9:97-104.
- (11) Grabiner, M. D., J. L. Groppe and K. R. Campbell: Resultant tennis ball velocity as a function of offcenter impact and grip firmness. *Med. Sci. Sports Exercise*, 1983, 15(6):542-544.
- (12) Hatze, H.: Forces and duration of impact and grip tightness during tennis stroke. *Med. Sci. Sports*, 1976, 8(2):88-95.
- (13) Liu, Y. K.: Mechanical analysis of racket and ball during impact. *Med. Sci.*

- Sports Exercise, 1983, 15(5):388-392.
- (14) 三浦公亮, 蝶間林利男: テニスの科学 光文社 1980.
- (15) Miyashita, M., T. Tsunoda, S. Sakurai, H. Nishizono and T. Mizuno: Muscular activities in the tennis serve and overhand throwing. Scand. J. Sports Sci. 1980, 2(2):52-58.
- (16) 大道 等, 宮下充正: 動作の再現性を記述する。体育の科学 1983, 33 (7) : 554-558.
- (17) Plagenhoef, S. C.: Patterns of motion: A cinematographcal analysis, Englewood Cliffs, N. J: Prentis-Hall Inc. 1971.
- (18) 笹原 英夫, 三浦 朗, 磨井祥夫, 柳原英児: テニス・グランドストロークにおける動作の再現性と強さ。日本体育学会 第34回大会 1983.
- (19) 高木隆司: スポーツの力学 講談社 1983.
- (20) 友末亮三, 瀬戸 宰, 宮下充正: テニスにおけるラケットの動きとボールの速度 J. J. Sports. Sci. 1982, 1(1):73-75.
- (21) Watanabe, T., Y. Ikegami and M. Miyashita: Tennis: The effect of grip firmness on ball velocity after impact. Med. Sci. Sports, 1979, 11(4):359-361.