

需要方程式体系の統計分析

山 村 耕 一 郎

1. は じ め に

計測可能な需要方程式体系のよしあしを「需要方程式を導き出す効用関数の性質」や「需要方程式のデータへの当てはまり具合」からみた研究はすでにある。⁽¹⁾

本稿では、需要方程式体系を四半期別時系列データ（季節調整済み）にて計測するという条件のもとで、ロツテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムという3種類の需要方程式体系のよしあしを別な観点から分析したいと思う。

時系列データを用いて需要方程式を計測することにより、時系列データのもつ情報が需要方程式のパラメータに要約される。このとき、「説明変数のデータに誤差は含まれていない」と仮定し、われわれは需要方程式を計測するのが普通である。

だが、計測に用いるデータの生成過程を顧みると、説明変数のデータにも誤差が含まれているとみなしたほうが妥当な場合がある。その一つは、四半期別時系列データを季節調整し、これを説明変数のデータとする場合であろう。というのは、四半期別時系列データは年別時系列データに比べ計数の精度が落ち、さらに、現在の季節調整法では四半期別時系列データから季節的要因を完全にぬぐいさることができないため、季節調整値には季節調整による大なり小なりの誤差が含まれていると考えられるからである。⁽²⁾

分析に用いる説明変数のデータに誤差が含まれているならば、計測されたパラメータの推定値はその影響を受け、その程度によっては、計測された推定値に厳密な数量的意味を与えにくくなる。このような実りのない計測を避けるためには、あらかじめ、説明変数のデータに含まれる誤差の分布とそれに伴う推定値の分布との関連を演繹的に、あるいは帰納的に分析しておく必要がある。本稿でこれから行う分析は後者に属するものであり、誤差に対する推定値の頑健性を通して、需要方程式体系のよしあしを検討しようとする研究である。推定値の頑健性は、季節調整された四半期別時系列データに適当な誤差をありうる形で与え、推定値の分布を導き出すことによって分析される。

本稿の構成は以下の通りである。分析に用いる資料と需要方程式、および需要方程式の計測方法が、第2章と第3章で述べられる。すなわち、第2章で、本稿で利用する資料を紹介し、第3章で本稿で計測する各需要方程式体系の需要方程式とその推計方法について述べる。線型支出体系とアディログシステムは非線形最小二乗法にて計測されるため、第4章で初期値と推定値（収束値）の関連が分析される。第5章で、誤差の分布を定め、各需要方程式体系ごとの誤差による推定値の分布が導き出され、推定値の頑健性が分析される。最後の第6章で全体を取りまとめ、今後の展望を述べたい。

2. 資 料

需要方程式体系の計測に用いるデータは、昭和51年1—3月期から昭和54年10—12月期に至る家計の目的別・四半期別の実質支出額（昭和50年価格表示の価額）と価格の時系列データである（経済企画庁編『国民経済計算年報』大蔵省印刷局、1984年）。この目的別分類による時系列の数は、実質支出額の時系列、価格の時系列ともに8である。よって、本稿での需要方程式の数（財の数）を記号 n で表すことにすれば、 n は8となる。

本稿のねらいは、季節調整済み時系列データに含まれる誤差に対し、パ

ラメータの推定値がどのようなふるまいかたをするのか、さらに、これを踏まえて、どの需要方程式体系の推定値が誤差に対しより頑健であるのかを調べることにあり、需要方程式体系のパラメータを推定し、その数量的意味を考えることにはない。このため、いま設定した期間に特別の意味があるわけではない。本稿で設定した期間は、消費者の購入態度が比較的安定していた期間（経済企画庁編『昭和58年版 家計消費の動向：消費動向調査』大蔵省印刷局、1984年）と推定値を得るために必要だと思われるデータ数とをにらみ合わせて得たものである。

なお、家計の目的別・四半期別時系列データの季節調整は EPA X-8⁽⁴⁾にて行われ、季節調整の期間は、昭和50年1—3月期から昭和56年10—12月期までとし、季節調整後の実質支出額は、総理府統計局『人口推計月報』（総理府統計局『人口推計月報 改訂数字特集』1983年8月）を用いて人口一人あたりに換算されている。

3. 需要方程式と計測方法

本稿で検討する需要方程式体系は、ロツテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムである。各需要方程式体系の第 i 番目の（第 i 財の）需要方程式を、ロツテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムの順に示せば、（1）式、（2）式、（3）式⁽⁵⁾のようになる。

$$\bar{w}_{it}Dq_{it}=\mu_iDQ_t+\sum_{j=1}^n\pi_{ij}Dp_{jt} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$q_i=c_i+\beta_i\frac{m-\sum_{j=1}^n p_jc_j}{p_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$q_i=\frac{\gamma_i\alpha_i(m/p_i)^{\alpha_i+1}}{\sum_{j=1}^n\gamma_j\alpha_j(m/p_j)^{\alpha_j}} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots(3)$$

ただし、（1）式～（3）式における記号 q, p, m は、順に数量（実質支出額）、価格、所得を表し、各記号の添字 i, j は各財に割りふられた番号を、添字 t は時点 t をそれぞれ表している。また、

$$\bar{w}_{it} = (w_{it} - w_{i,t-1})/2$$

$$Dq_{it} = \log q_{it} - \log q_{i,t-1}$$

$$Dp_{it} = \log p_{it} - \log p_{i,t-1}$$

$$DQ_t = \sum_{i=1}^n \bar{w}_{it} Dq_{it}$$

$$m = \sum_{i=1}^n p_i q_i$$

とする。

推定すべきパラメータは、(1)式の場合、 μ と π 、(2)式の場合、 c と β 、(3)式の場合、 γ と α である。

(1)式の μ_i と(2)式の β_i は、それぞれ、

$$\sum_{i=1}^n \mu_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$$

を満たすものとする。

本稿における財の数 n は8であるので、ロツテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムの各需要方程式を(1)式～(3)式に特定するならば、ロツテルダムシステムは1需要方程式につき8個ものパラメータを含むが、線型支出体系とアディログシステムは1需要方程式当たり平均して2個のパラメータを含むのみである。ロツテルダムシステムのパラメータの数は線型支出体系やアディログシステムのパラメータの数に比べ多い。

需要方程式(1)式～(3)式に含まれるパラメータの数をそろえるため、ロツテルダムシステム下の需要方程式(1)を平均して約2個のパラメータをもつ需要方程式に変形することも可能であるが、⁽⁶⁾ロツテルダムシステムの場合、誤差に対する推定値の頑健性は(1)式でも十分に検討されうると考えられるため、本稿では、ロツテルダムシステム下の需要方程式を、ロツテルダムシステム下のポピュラーな関数型である(1)式とし

ている。

上述した需要方程式体系は多くの研究者により計測されてきた。その方法にはそれぞれの研究の特長を反映した相違がみられるものの、需要方程式がパラメータに関して線形であるロツテルダムシステムの場合はもとより、需要方程式がパラメータに関して非線形となる線型支出体系やアディログシステムの場合でも、需要方程式体系を線形最小二乗法により計測する場合が多い。⁽⁷⁾ただし、線型支出体系とアディログシステムを線形最小二乗法にて計測する場合には、需要方程式の線形化が何らかの形で要求される。⁽⁸⁾

本稿では需要方程式の関数型を重視する計測を試みる。すなわち、ロツテルダムシステムは線形最小二乗法にて計測するが、線型支出体系とアディログシステムは非線形最小二乗法にて計測することにしたい。⁽⁹⁾ただし、線型支出体系とロツテルダムシステムの場合には、制約式 $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$ と $\sum_{i=1}^n \mu_i = 1$ をそれぞれ満たすようにパラメータ β と μ を計測する。

4. 初期値と収束値

需要方程式体系を非線形最小二乗法にて計測する場合、パラメータの初期値が必要になる。計測に際し初期値をかなり変動させても、実用上、同じ推定値（収束値）が得られるのであれば、当需要方程式体系は初期値に対して推定値の頑健性があるということになる。

需要方程式体系を線形最小二乗法で計測する場合（ロツテルダムシステムの場合）には、初期値に対する推定値の頑健性は問題になりえないが、需要方程式体系を非線形最小二乗法にて計測する場合（線型支出体系とアディログシステムの場合）には、初期値に対する推定値の頑健性がまず問題になり、誤差に対する推定値の頑健性はそのあとの問題ということになろう。というのは、ある初期値を使い誤差に対する推定値の頑健性があるといえても、その初期値にたどりつくことがきわめて困難であるならば、実用上、推定値の頑健性があるとはいえないからである。

本章でこれから行われる分析は、初期値に対する推定値の頑健性という観点から行われる。

さて、パラメータに課すことのできる制約と先達が計測した類似するパラメータの推定値とを参考にすれば、パラメータのとりうる値の範囲を、線型支出体系の場合には、 $0 < \beta_i < 1, c_i > 0$ ($i=1, 2, \dots, 8$)、一方、アディログシステムの場合には、 $-1 < \alpha_i < 0, \gamma_i > 0$ ($i=1, 2, \dots, 8$) としてよいであろう。⁽¹⁰⁾

いま示されたパラメータのとりうる値の範囲のなかから需要方程式体系を計測するために必要な初期値の組をいくつか選び出し、需要方程式体系の計測を試みると、表1と表2が得られる。

表1は線型支出体系による計測結果であり、表2はアディログシステ

表1 パラメータの初期値と推定値 (線型支出体系)

初期値 パラメータ		$\beta=0.25$	0.50	0.75	0.75	0.25
		$c=0.25$	0.50	0.75	0.25	0.75
β	1	0.062	0.069	0.070	0.063	0.073
	2	0.010	0.004	0.012	0.010	0.014
	3	0.206	0.199	0.188	0.205	0.181
	4	0.107	0.116	0.125	0.108	0.139
	5	0.105	0.090	0.088	0.103	0.082
	6	0.113	0.107	0.107	0.112	0.103
	7	0.093	0.094	0.098	0.093	0.099
	8	0.309	0.322	0.311	0.309	0.308
c	1	0.545	0.566	0.575	0.547	0.584
	2	0.158	0.160	0.164	0.159	0.166
	3	0.314	0.373	0.392	0.320	0.407
	4	0.133	0.171	0.191	0.137	0.212
	5	0.174	0.200	0.210	0.177	0.216
	6	0.179	0.211	0.224	0.182	0.233
	7	0.180	0.210	0.223	0.183	0.235
	8	0.277	0.373	0.408	0.286	0.439
R^2		0.935	0.928	0.927	0.934	0.925

表2 パラメータの初期値と推定値（アディログシステム）

初期値 パラメータ		$\alpha = -0.25$ $\gamma = 0.25$	-0.50 0.50	-0.75 0.75	-0.75 0.25	-0.25 0.75	-1.00 1.00
α	1	-1.521	*	-75.90	-1.704	*	-1.509
	2	-1.568	*	-94.18	-1.655	*	-1.738
	3	-0.720	*	-72.69	-1.418	*	-0.643
	4	-0.482	*	-71.07	-0.634	*	-0.604
	5	-0.353	*	-97.05	-0.649	*	-0.571
	6	-0.518	*	41.07	-0.795	*	-0.545
	7	-0.947	*	-99.54	-1.198	*	-0.893
	8	-0.005	*	-78.58	-0.283	*	0.181
γ	1	0.670	*	5.18	0.710	*	3.304
	2	0.201	*	11.53	0.200	*	1.142
	3	0.227	*	4.14	0.333	*	1.072
	4	0.077	*	2.70	0.081	*	0.423
	5	0.100	*	6.06	0.111	*	0.568
	6	0.112	*	49.66	0.125	*	0.568
	7	0.150	*	13.28	0.167	*	0.716
	8	0.123	*	2.37	0.139	*	0.540
R^2		0.930	*	*	0.919	*	0.936

(注) *印はオーバーフローにより解が得られなかったことを示す。

ムによる計測結果である。ただし、両表の推定値（収束値）は、すべての需要方程式のすべての時点における残差を求め、残差の平方和を最小にするように探索した結果であり、また、計算の打ち切り条件は、線型支出体系の場合とアディログシステムの場合とで変わらない。

表1の「初期値 $\beta = 0.25$ 」は、パラメータ $\beta_i (i=1, 2, \dots, 8)$ の初期値がすべて0.25であることを表している。この表記法は、表1、表2のほかのパラメータ c, α, γ についても同様である。

表中の R^2 は次式にて求められている。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{16} e_{ij}^2}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{16} (q_{ij} - \bar{q}_j)^2} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、(4) 式の e_{ij} は第 j 番目の需要方程式による第 i 期の残差を、 q_{ij} は第 j 財、第 i 期の数量を、 \bar{q}_j は第 j 財の算術平均値 ($\bar{q}_j = \sum_{i=1}^{16} q_{ij}/16$) をそれぞれ表している。また、表中の番号 1～8 はパラメータの添字を表し、その数値は順に「食品・飲料・煙草」「衣服・はきもの」「家賃・水道・光熱」「家具・家庭器具・家計雑費」「医療・保健」「交通・通信」「リクレーション・娯楽・教育・文化サービス」「その他」を意味している。番号 1～8 の意味は表 2～表 6 についても同様である。

本稿では、(4) 式で求められる R^2 を「決定係数」と呼ぶことにする。

では、表 1 に示した線型支出体系の計測結果を見てみよう。表 1 の下側に示された 5 つの決定係数は初期値の組の変化に伴い多少変動するものの、決定係数はほぼ 0.92～0.94 の間にある。よって、初期値の組 5 組に対する 5 つの決定係数はほぼ同じ水準にあるとみてよいであろう。

表 1 の推定値を横に追い、初期値の組の変化に伴う同種推定値の変化を大ざっぱに観察すると、 β の推定値の場合でも c の推定値の場合でも、有効数字第 1 位の数値に変化はないとみなしてよいであろう。ここに、同種推定値とは、初期値を異にするあるパラメータのいくつかの推定値をいう。たとえば、パラメータ β_1 の同種推定値には、表 1 より、0.062, 0.069, 0.070, 0.063, 0.073 の 5 つがある。

表 2 に移ろう。表 2 の初期値の組は、パラメータ α の初期値の符号が逆になっている点を除き、表 1 の初期値の組とほぼ見合っている。

表 2 の初期値 $\alpha = -0.5$, $\gamma = 0.5$ と $\alpha = -0.25$, $\gamma = 0.75$ に対する計測結果の欄に「*」印が記入されている。これは、解を求める計算の途中でオーバーフローが発生し、解が得られなかったことを表している（ただし、責任の一半は分析プログラムにもある）。さらに、初期値 $\alpha = -0.75$, $\gamma = 0.75$ に対する解（収束値）は、その大きさからみて経済的意味をもちえない。⁽ⁱⁱⁱ⁾

表 2 の右側に、初期値を $\alpha = -1.00$, $\gamma = 1.00$ と置いた計測結果が掲げられている。その決定係数は、初期値を $\alpha = -0.25$, $\gamma = 0.25$ と置く場合

とほぼ同じであるが、同種推定値の開きは、線型支出体系の場合に比べ大きいといわざるをえない。

表1と表2を資料とした以上の検討から、線型支出体系は、アディログシステムに比べ、非線形最小二乗法による計測が容易で、また、収束値も安定している需要方程式体系であるといえよう。すなわち、線型支出体系は、アディログシステムに比べ、初期値に対する推定値の頑健性があるといえる。

5. 推定値の頑健性

本章では「誤差に対する推定値の頑健性」によって需要方程式体系を比較する。⁽¹²⁾ただし、誤差は説明変数のデータにも含まれ、誤差は季節調整により生じるものとする。

5.1 時系列データの作成

季節的要因が強く、かつTC系列が⁽¹³⁾単調でない四半期別時系列データに季節調整を施すと、季節調整法の相違による季節調整値の開きが、特に季節的要因の強い四半期で顕在化しやすい⁽¹⁴⁾。もしこの季節調整値の開きの程度が真の季節調整値からのズレ（誤差）の大きさを示唆していると考えるならば、これから行う本章の実験では、すべての時系列のすべての四半期に同程度の誤差を与えることはできないであろう。

そこで、まず、実質支出額と価格の時系列のなかから季節的要因が強いと思われる時系列と四半期を選び出してみる。そのために、季節指数が、80未満か、あるいは120を越えている場合に当四半期の季節的要因は強いとみなすことにする（季節指数の算術平均値は100である）。すると、実質支出額の時系列のみが問題になり、実質支出額の時系列のなか、「食品・飲料・煙草」の1—3月期と10—12月期、「衣料・はきもの」の7—9月期と10—12月期、「家具・家庭器具・家計雑費」の1—3月期と10—12月期が上述した条件に合致する。他方で、これら時系列のTC系列は1次の単

回帰モデルで近似しにくい。こうして、本実験では、いま選び出された6つの四半期により大きな誤差を与えることにしたい。

1—3月期から10—12月期までの季節指数を合計すると400になる。また、季節調整値は原初データを季節指数で割ることによって求められる(このときの季節指数の和は4である)。したがって、ある四半期の季節調整値に $-\varepsilon\%$ の誤差を与えるのであれば、残されたほかの四半期の季節調整値にそろって負の誤差を与えるようなことはできない。この年間の季節指数の和が400という制約のもとで、季節調整に伴う誤差の与え方がいくつか考えられるが、本稿では、この問題を次のように処理することにした。

季節調整に伴う誤差が大きいと考えられる時系列の場合には、季節的要因の強い2つの四半期に季節調整値 $\times (\varepsilon/100)$ の誤差を与え、残りの比較的季節的要因の弱い2つの四半期には、ランダムに正負の符号をつけた季節調整値 $\times (\varepsilon/200)$ の誤差を与えることにする。もちろん季節的要因の強い2つの四半期に与える誤差の符号は逆とする。たとえば、「食品・飲料・煙草」の場合、誤差の与え方には以下のような2つのものがある。一つは、季節的要因の強い1—3月期のすべての季節調整値に $1+(\varepsilon/100)$ をかけ、もう一方の季節的要因の強い10—12月期のすべての季節調整値に $1-(\varepsilon/100)$ をかけるが、季節的要因の弱い4—6月期と7—9月期のすべての季節調整値には $1\pm(\varepsilon/200)$ をかけるという誤差の与え方である(土の符号は乱数により決まる)。もう一つは、4—6月期と7—9月期の誤差の与え方は同じだが、1—3月期のすべての季節調整値に $1-(\varepsilon/100)$ をかけ、10—12月期のすべての季節調整値に $1+(\varepsilon/100)$ をかけるという誤差の与え方である。

他方、季節調整に伴う誤差が小さくないとみなされた13の時系列の場合には、季節調整済み時系列に誤差をまったく与えないことにする。なお、この13の時系列のなかには価格の時系列すべてが含まれている。

以上の単純化により、当実験では8つの推定値の組が得られることになる。

5.2 分析結果と考察

非線形最小二乗法の初期値として、本稿第4章の計測結果を参考にした表3の数値を用いる。表3に示した線型支出体系の各初期値は、表1の初期値 $\beta=0.25, c=0.25$; $\beta=0.50, c=0.50$; $\beta=0.75, c=0.75$ の各場合に得られた同種推定値の算術平均値であり、他方、アディログシステムの各初期値は、初期値の組の変化により同種推定値がかなり変化するため、表2の初期値 $\alpha=-0.75, \gamma=0.25$ に得られた推定値である。

さて、四半期別時系列データ（季節調整済み）に前節で示した誤差を与え、需要方程式体系を計測した結果が表4～表6にまとめられている。ただし、 $\varepsilon=1(\%)$ とし、パラメータ π_{ij} の計測結果（ロツテルダムシステム）は $i=j$ の場合のみ表示されている。

表4から表6までの各種統計値を見比べると、ロツテルダムシステムによる推定値の分布域はかなり広いといえる場合が多いことがわかる。この点を、各表に示しておいた変動係数（標準偏差／算術平均 $\times 100$ ）がよく表している。たとえば、表4では、 π の番号（添字）が5の場合のみ変動係数が10以下となるが、表5ではその例が7つある。変動係数が100を越える例は表4では4つあるが、表5にはない。こうみてくると、ロツテル

表3 線型支出体系とアディログシステムの初期値

パラメータの種類 パラメータの添字	線 型 支 出 体 系		アディログシステム	
	β	c	α	γ
1	0.07	0.56	-1.7	0.7
2	0.01	0.16	-1.7	0.2
3	0.20	0.36	-1.4	0.3
4	0.12	0.17	-0.6	0.1
5	0.09	0.19	-0.6	0.1
6	0.11	0.20	-0.8	0.1
7	0.10	0.20	-1.2	0.2
8	0.31	0.35	-0.3	0.1

表4 推定値の分布特性（ロッテルダムシステム）

分布特性 パラメータ		平 均	最小値	最大値	標準偏差	変動係数
μ	1	0.380	0.285	0.474	0.0700	18.4
	2	0.122	0.042	0.203	0.0554	45.5
	3	0.018	-0.024	0.055	0.0294	162.0
	4	0.222	0.113	0.389	0.0955	43.1
	5	0.013	-0.023	0.048	0.0271	212.4
	6	0.132	0.101	0.164	0.0211	16.0
	7	-0.016	-0.056	0.028	0.0286	181.9
	8	0.130	0.021	0.205	0.0685	52.7
π	1	0.174	0.107	0.266	0.0526	30.1
	2	0.112	-0.056	0.242	0.1119	100.0
	3	0.018	-0.122	0.134	0.0847	469.2
	4	-0.112	-0.208	0.031	0.1064	95.2
	5	-0.054	-0.066	-0.049	0.0050	9.1
	6	-0.058	-0.109	-0.014	0.0309	53.5
	7	-0.101	-0.215	-0.012	0.0655	64.7
	8	-0.115	-0.217	-0.021	0.0671	58.1

（注） π_{ij} の推定値は $i=j$ のみ取り上げた。

ダムシステムの推定値は、線型支出体系の推定値に比べ、与えられた誤差による影響をより強く受けているといえる。

ロッテルダムシステムの推定値が与えられた誤差に反応しやすいのはなぜだろうか。ロッテルダムシステムではデータの1階の定差をとり、計測する。すなわち、ロッテルダムシステムを計測するためには、 $\log q_t - \log q_{t-1}$ を計算しなければならない。このため、時系列データの数量的変化が小さいとき、ロッテルダムシステムでは桁落ちが生じる。桁落ちにより、与えられた誤差の有効数字に占める位置は下位の桁から上位の桁へと移動し、推定値は誤差の影響を敏感に受けざるをえなくなってくる。この点を具体的にみるために、家賃の季節調整値（昭和51年1—3月期～昭和52年10—12月期）を対数変換した値（上段）とその1階の定差（下段）を以下に示そう。

7.997 8.013 8.020 8.036 8.049 8.054 8.064 8.068

0.016 0.007 0.016 0.014 0.005 0.010 0.004

下段の最初の数値0.016はその上段にある数値8.013と7.997の差である。ここできりに7.997を逆対数変換した値2971.2に+1%の誤差を与えることにするならば、その対数値は8.007となる。したがって、下段の最初の数値は0.016から0.006へと変わる。いまの数値例では、誤差の影響が有効数字第1位の数にでたことになる。ロッテルダムシステムの場合、このような桁落ちが見受けられるため、ロッテルダムシステムの推定値の分布域は、ほかの需要方程式体系のものに比べ広くなったといえよう。

表5 推定値の分布特性（線型支出体系）

分布特性 パラメータ		平 均	最小値	最大値	標準偏差	変動係数
β	1	0.058	0.055	0.061	0.0022	3.7
	2	0.009	0.007	0.012	0.0021	22.9
	3	0.217	0.200	0.235	0.0171	7.8
	4	0.096	0.079	0.113	0.0154	15.9
	5	0.116	0.100	0.132	0.0152	13.1
	6	0.112	0.112	0.113	0.0004	0.4
	7	0.088	0.082	0.094	0.0058	6.6
	8	0.302	0.290	0.314	0.0112	3.7
c	1	0.525	0.498	0.552	0.0264	5.0
	2	0.156	0.152	0.160	0.0034	2.2
	3	0.240	0.141	0.338	0.0964	40.2
	4	0.106	0.065	0.148	0.0398	37.4
	5	0.132	0.078	0.186	0.0527	39.9
	6	0.144	0.095	0.193	0.0478	33.3
	7	0.154	0.116	0.192	0.0372	24.2
	8	0.185	0.057	0.315	0.1258	67.9

表6に移ろう。表6によると、パラメータ α_8 の推定値を除き、アディログシステムによる推定値は、総じて線型支出体系によるものに比べより稠密に分布しているといえる。

パラメータ α_8 の推定結果をみると、変動係数が348.5とかなり大きい。

表6 推定値の分布特性 (アディログシステム)

分布特性 パラメータ		平 均	最小値	最大値	標準偏差	変動係数
α	1	-1.568	-1.693	-1.464	0.1060	6.8
	2	-1.797	-1.965	-1.722	0.0800	4.5
	3	-0.890	-1.280	-0.582	0.3128	35.1
	4	-0.599	-0.687	-0.515	0.0673	11.2
	5	-0.551	-0.627	-0.466	0.0718	13.0
	6	-0.646	-0.793	-0.524	0.1206	18.7
	7	-1.026	-1.173	-0.915	0.1161	11.3
	8	0.037	-0.126	0.168	0.1287	348.5
γ	1	0.738	0.725	0.759	0.0110	1.5
	2	0.255	0.234	0.288	0.0180	7.0
	3	0.272	0.240	0.313	0.0328	12.1
	4	0.090	0.086	0.095	0.0033	3.7
	5	0.120	0.113	0.126	0.0058	4.8
	6	0.130	0.129	0.131	0.0001	0.6
	7	0.169	0.167	0.170	0.0001	0.6
	8	0.128	0.126	0.129	0.0011	0.8

また、推定値の符号も変わりうる。よって、パラメータ α_8 の推定値の信頼性はきわめて低いといえよう。アディログシステムの場合、頑健性がないのはパラメータ α_8 の推定値だけであるが、しかし、われわれには「 α_8 の推定値には頑健性がない」との事前の情報はないので、誤差に対する頑健性がすべての推定値に対していえるのでなければ、真に「誤差に対する推定値の頑健性がある需要方程式体系」とはいいないであろう。

本節で得られた成果を総合すると、ロッテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムのなかで、線型支出体系がもっとも誤差に対する推定値の頑健性があるといえよう。

6. む す び

本稿では、誤差は説明変数のデータにもあり、それは季節調整により生

じるとの前提を置き、誤差に対する推定値の頑健性を、需要方程式体系ごとに分析してみた。

検討した需要方程式体系は、「ロットエルダムシステム」「線型支出体系」「アディログシステム」とした。ロットエルダムシステムは「線形最小二乗法」で、線型支出体系とアディログシステムは「非線形最小二乗法」でそれぞれ計測した。

誤差に対する推定値の頑健性を分析するまえに、線型支出体系とアディログシステムの初期値に対する推定値（収束値）の頑健性を分析した。その結果、アディログシステムの場合は、初期値を十分に吟味しないと、非線形最小二乗法の計算過程で問題を起こしやすく、また、初期値が変化すれば、推定値（収束値）も変わりうるということがわかった。一方、線型支出体系の場合は、初期値の変化による推定値の変化がアディログシステムのものに比べかなり小さいとの結論が得られた。

次に、実質支出額の四半期別時系列データ（季節調整済み）に適当な誤差を与え、誤差による推定値の分布を需要方程式体系ごとに求めてみた。その結果、線型支出体系の推定値は、ロットエルダムシステムの推定値に比べ、データに含まれる誤差に対して頑健性があるとの結論を得た。ロットエルダムシステムの推定値は、桁落ちにより、誤差の影響をより強く受けたと思われる。

アディログシステムの場合、一つのパラメータの推定値に誤差に対する頑健性がまったくなかったが、誤差に対するほかのパラメータの推定値の頑健性は線型支出体系のものに比べよかった。しかし、頑健性はすべてのパラメータの推定値に対して成り立つことが必要であるので、結局、当システムの推定値には誤差に対する頑健性がないとの結論が出された。

アディログシステムには初期値に対する推定値の頑健性にも問題があるため、初期値に対する推定値の頑健性と誤差に対する推定値の頑健性とを総合すると、アディログシステムは、線型支出体系に比べ数量分析で使いづらい需要方程式体系だといえる。

よって、四半期別時系列データ（季節調整済み）を用いて、ロッテルダムシステム、線型支出体系、アディログシステムをそれぞれ計測すると、そのなかでもっとも信頼性の高い推定値は線型支出体系から得られることになる。

アディログシステムは、初期値に対する推定値の頑健性が弱いので、非線形最小二乗法にむかない需要方程式体系だといえる。アディログシステムの場合には、需要方程式をパラメータに関して線形化し、最小二乗法で計測したほうがよいと思われる。

ロッテルダムシステムは、時系列データに変化があればあるほど推定値の精度があがる。よって、四半期別時系列データ（季節調整済み）より年別時系列データによるほうが推定値の信頼性は高まるだろう。

非線形最小二乗法によると、需要方程式体系の関数型を生かした計測が可能になるが、本研究の成果によると、線型支出体系においてその見通しが明るい。しかし、そのためには、初期値と推定値との関連がさまざまな角度から分析される必要があるだろう。

推定値の信頼性を高めるためには、誤差に対する推定値の頑健性が強い需要方程式体系を選ぶほか、利用するデータにも配慮する必要がある。たとえば、われわれが需要分析に利用できる国民経済計算の四半期別支出時系列データとして家計の目的別時系列データと五大費目別時系列データとがある（ほかに、形態別時系列データがある）。五大費目別時系列データは、類似した性格をもつ目的別時系列データに比べ、TC系列の動きが単調で、かつ、季節的要因が弱い場合が多い（たとえば、五大費目別分類による「飲食費」と目的別分類による「食品・飲料・煙草」の季節指数を調べると、前者のレンジが後者のものより小さい）。よって、季節調整に伴う誤差をできるだけ小さくするためには、目的別時系列データを用いるより五大費目別時系列データを用いたほうがよいとの結論が得られる。ただし、そのことが、分析目的と矛盾するようなことがあってはならない。

〔注〕

- (1) 研究例として, Deaton[3], Parks[10], Yoshihara[19] などがある。
- (2) 季節調整値の開きに関する数量分析として, Akaike and Ishiguro[1], 溝口[8], 拙稿 [17] などがある。なお, 季節調整値の開きに対する官庁の対応については, 小山 [7] 参照。
- (3) Johnston[6] chap. 9, Theil[14] chap. 17 に若干の理論的分析がある。
- (4) 富士通 [4] 第 5 章参照。
- (5) 各需要方程式の導出については, 拙稿 [18] 参照。
- (6) ロッテルダムシステムの別な需要方程式による分析例として, Barten[2], 澤田 [11], 拙稿 [16] などがある。
- (7) 非線形最小二乗法による需要方程式体系の計測例として, Yoshihara[19] がある。
- (8) 需要方程式の線形化の例として, Deaton[3], Parks[10] などがある。
- (9) 非線形最小二乗法の計算プログラムは, 田辺 [12], Tanabe and Ueda[13], 山本 [15] 第 2, 3 章を参考にして作成した。
- (10) パラメータの制約については, 拙稿 [18] 参照。また, 計測事例については, Parks[10], Yoshihara[19] 参照。
- (11) パラメータ α の経済的意味については, Houthakker[5], Yoshihara[19] が参考になる。
- (12) 需要方程式体系の誤差に対する頑健性として, 「推定値の頑健性」のほかに「式全体としての頑健性」「予測の頑健性」などが考えられる。
- (13) TC 系列については, 森田 [9] 第 1 章参照。
- (14) 拙稿 [17] 参照。

参 考 文 献

- [1] Akaike, H., and M. Ishiguro, "Comparative Study of the X-11 and BAYSEA Procedure of Seasonal Adjustment," Paper presented at the ASA-CENSUS-NBER Conference, Washington, October 13-15, 1981.
- [2] Barten, A. P., "Estimating Demand Equations," *Econometrica*, Vol. 36, pp. 213-251, 1968.
- [3] Deaton, A. S., "The Analysis of Consumer Demand in the United kingdom, 1900-1970," *Econometrica*, Vol. 42, pp. 341-367, 1974.
- [4] 富士通『FACOM OS IV: KEMPF/X 解説書』1976年。
- [5] Houthakker, H. S., "Additive Preferences," *Econometrica*, Vol. 28, pp. 244-257, 1960.
- [6] Johnston, J., *Econometric Methods*, 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 1972

- (竹内啓他訳『計量経済学の方法上下』東洋経済新報社, 1975-76年).
- [7] 小山弘彦「季節調整法の今後の適用について」『統計情報』第28巻第11号, 496—507頁, 1979年.
- [8] 溝口敏行「季節調整法をめぐる諸問題: 国民所得統計を中心として」『季刊国民経済計算』No. 36, 19—45頁, 1976年.
- [9] 森田優三『経済統計読本』東洋経済新報社, 1970年.
- [10] Parks, R. W., "Systems of Demand Equations: An Empirical Comparison of Alternative Functional Forms," *Econometrica*, Vol. 37, pp. 629-650, 1969.
- [11] 澤田 裕「肉類需要における代替関係の計測: ロッテルダム・モデルによる接近」『農業経済研究』第52巻第3号, 101—109頁, 1980年.
- [12] 田辺国土「非線型最小二乗法のアルゴリズム」『応用統計学』第9巻第3号, 119—140頁, 1981年.
- [13] Tanabe, K. and S. Ueda, "NOLLS1, A Fortran Subroutine for Nonlinear Least Squares by a Quasi-Newton Method," *Computer Science Monographs*, No. 17, The Institute of Statistical Mathematics, 1981.
- [14] Theil, H., *Introduction to Econometrics*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1978 (溝口敏行監訳『計量経済学序説上下』東洋経済新報社, 1982年).
- [15] 山本哲郎『数値解析入門』サイエンス社, 1976年.
- [16] 山村耕一郎『完全需要方程式体系の計測』金沢経済大学経済開発研究所年報, 創刊号, 1981年.
- [17] 山村耕一郎『四半期別時系列データの精度に関する一考察』金沢経済大学論集, 第19巻第1号, 1986年.
- [18] 山村耕一郎『需要方程式体系の導出とその計測』金沢経済大学論集, 第20巻第2・3合併号, 1987年.
- [19] Yoshihara, K., "Demand Functions: An Application to the Japanese Expenditure Pattern," *Econometrica*, Vol. 37, pp. 257-274, 1969.