

# 内示プロセスにおける計画非継続性事象の基礎的検討

——内示更新を考慮した需要モデルの提案と在庫の分散の上界——

上野 信行\*・得津 康義\*\*・丹羽 啓一\*\*\*

## 1. はじめに

近年、資材・部品を発注して納入するまでの調達リードタイムが2極化する傾向にある。

特に、長期化する資材・部品の場合には、遠い先の調達数量を早い段階で確定し、発注しなければならない。そのために、納入されるまでの期間に複数回にわたり計画が更新され、当初の計画が次期以降に継続されず、変化することが起こる。このように、当初の計画前提が次期以降の計画時に継続されないことを「計画非継続性」と呼ぶ。当初の使用計画の数量に対して、更新後の使用計画の数量が大きく増加する時には、追加の調達が間に合わず、突然の在庫品切れリスクに見舞われることがあり、調達業務が混乱する。

長い調達リードタイム期間内において、計画立案業務は1回きりではなく、期毎に立案する。その都度、需要変動予想に合わせて計画前提が見直されることにより計画非継続性は起こる。その結果、在庫品切れの危険が増大し、高いコストをかけて緊急に調達せざるをえないケースが起こる。ビジネスのスピードが激しい現代において見直しは多発し、更新変化は無視できず、これらは計画立案上の大きな課題である。そのために、計画非継続性を解明し、不確実な需要に対する頑健で有効な調達方法を確立することが重要である。

そこで、本論文では、まず、内示プロセス [1, 2] において内示更新に伴って起こる計画非継続性の事象を具体的に説明する。次に、この事象を表現しうる需要モデルを提案し、モデルの性質を明らかにする。また、提案した需要モデルを用いて期別の在庫の分散を求める。一定の条件下で在庫の分散には上界があることを示し、数値シミュレーションにより検証する。

最後に、ここで得られた知見を発注計画管理に適用する際の留意点を述べる。

本論文の構成は、

2. では、内示プロセスにおける計画非継続性
3. では、内示プロセスの新しいとらえ方
4. では、計画非継続性を考慮した需要モデルの提案
5. では、在庫の分散と上界
6. では、数値シミュレーションによる検証
7. では、需要モデルの代替モデルについて
8. では、計画問題への適用と留意点である。

## 2. 内示プロセスにおける計画非継続性

先3期までの内示提示がある場合について、図1に示す手配計画表の事例を使って、当期(N期)と翌期(N+1期)時点の計画立案の状況と計画非継続性事象を説明する。

- ①図1上には当期(N期)時点における計画表を示している。内示(注文予定情報)は需要者から先3期まで提示があり、N+1期28個、N+2期31個、N+3期15個である。手配済数は、N+2期まではすでに決まっており、N+1期10

\* 広島経済大学名誉教授

\*\* 広島経済大学経済学部教授

\*\*\* 広島経済大学メディアビジネス学部教授

個、N+2期20個である。また、N期の在庫実績（当期計画における初期在庫のこと）は、39個であることを示している。この条件下で、N+3期の手配数を適切に決めることが手配計画業務のポイントである。この計画表ではN+3期の手配数20個と決められ、その結果は期末在庫期待値が15個になり、適切であると考えられた。

- ②翌期（N+1期）時点になると新たに提示されるN+2期からN+4期の先3か期の内示を用いて、N+4期の手配量を決める必要がある。この時に、N+2期の内示は前期と同じ31個で変更ないが、N+3期の内示が15→34個に変更されている（計画の非継続が起こっている）。この結果、期末在庫期待値が-4個（4個の在庫不足予想）になり、需要者の注文を充足できない事態に陥る。実活動では在庫不足予想に対して、納期調整、緊急製造依頼、緊急搬送依頼などの挽回策を行わざるを得ず、大きな費用が発生する。欠品のままでは、需要者へ納入不足が起こり、信用失墜の事態になる恐れがある。
- ③このように、翌期（N+1期）時点において、当初の内示15個が継続せず更新され、非継続になることを「計画非継続性」と呼ぶ。内示は元々確定注文ではないこと、納入までに長い期間があり、その間に経済的日常的な変動の影響を受けやすいこと、近年では計画変更があれば即時に修正する傾向にあることなどから計画非継続は頻発する。
- ④なお、N+3期の期末在庫期待値が-4個であるということは、あくまでもっともありそうな（most likely）在庫予想値であり、実現値としては、予想値より更に大きな在庫不足が起こる可能性もあり、計画としては不適切であるといえる。
- ⑤したがって、このような事象が想定される手配計画業務においては、N期計画時点にお

N期時点の計画表

期	N	N+1	N+2	N+3
内示		28	31	15
手配済(=納入)数		10	20	
在庫実績(期末)	39			
3期先の手配数				20
期末在庫期待値	39	21	10	15

N+1期時点の計画表

期	N	N+1	N+2	N+3	N+4
内示			31	34	11
手配済(=納入)数		10	20	20	
在庫実績(期末)	39	21			
3期先の手配数					30
期末在庫期待値	39	21	10	-4	15

図1 計画非継続性事象

いて、N+3期の手配数を決める際に、

- ・先3期までの内示の更新による変動
- ・更新後の内示からのブレ（実現値への変動）

の2つの不確実性の影響を考慮する必要があることを示している。解決のアプローチとしては、今後提示される内示をぴったり予想することは多大な困難があり現実的ではないが、予想される在庫の変動（ばらつき）を考慮してリスク評価を行い、手配数を決める活動を行うことは不可欠である。

従来では、このような計画非継続性が起こらない、あるいは、計画非継続性が起こったとしても影響が少ないとして、在庫のリスク評価を組み込んだ在庫管理方式の理論的かつ基礎的研究[3-6]が行われてきた。

本論文は、内示プロセスにおいて、従来組み込まれてこなかった計画非継続性を考慮した新たな在庫管理方式の確立を目指した基礎的検討を行うものである。

内示を計画前提にするしないに拘わらず、計画非継続性は、計画立案上の現代的課題である。

表1 内示プロセスの説明

期 \ 計画時点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$d_1$	$\bar{d}_{1,2}$	$\bar{d}_{1,3}$	$\bar{d}_{1,4}$	$\bar{d}_{1,5}$					
2		$d_2$	$\bar{d}_{2,3}$	$\bar{d}_{2,4}$	$\bar{d}_{2,5}$	$\bar{d}_{2,6}$				
3			$d_3$	$\bar{d}_{3,4}$	$\bar{d}_{3,5}$	$\bar{d}_{3,6}$	$\bar{d}_{3,7}$			
4				$d_4$	$\bar{d}_{4,5}$	$\bar{d}_{4,6}$	$\bar{d}_{4,7}$	$\bar{d}_{4,8}$		
5					$d_5$	$\bar{d}_{5,6}$	$\bar{d}_{5,7}$	$\bar{d}_{5,8}$	$\bar{d}_{5,9}$	
6						$d_6$	$\bar{d}_{6,7}$	$\bar{d}_{6,8}$	$\bar{d}_{6,9}$	$\bar{d}_{6,10}$
7							$d_7$	(以下, 省略)		

ここでは、内示プロセスにおける計画非継続性を考慮することにより現代的要請に応える在庫管理方式を確立しようとするものである。

### 3. 内示プロセスの新しいとらえ方

#### 3.1 内示プロセスの説明

内示プロセスとして、計画時点の期ごとに先4期までの内示がある場合を考える（表1参照）。

計画時点  $t$  期における  $s$  期の内示を  $\bar{d}_{t,s} (s > t)$ 、 $t$  時点における確定注文を  $d_t$  と表記する。例えば、表1より計画時点1期においては2期以降の内示  $\bar{d}_{1,2}$ 、 $\bar{d}_{1,3}$ 、 $\bar{d}_{1,4}$ 、 $\bar{d}_{1,5}$  があり、また5期の確定注文は  $d_5$  である。表中で確定注文を□で囲っている。そして、5期の確定注文にかかわる内示は、4期前には  $\bar{d}_{1,5}$ 、3期前には  $\bar{d}_{2,5}$ 、2期前には  $\bar{d}_{3,5}$ 、1期前には  $\bar{d}_{4,5}$  である。したがって、当初内示から5期の確定注文（実現値）に至るまでに内示は、 $\bar{d}_{1,5} \rightarrow \bar{d}_{2,5} \rightarrow \bar{d}_{3,5} \rightarrow \bar{d}_{4,5}$  と変化する。これを「内示更新」と呼ぶ。従来までの理論 [3] では、計画継続性を前提に、 $\bar{d}_{1,5} = \bar{d}_{2,5} = \bar{d}_{3,5} = \bar{d}_{4,5}$  として計画時点のみにおける先4期までの在庫推移に基づくリスク評価を行ってきたが、計画非継続性を考慮する場合には、そうでない場合を前提とすることを意味している。

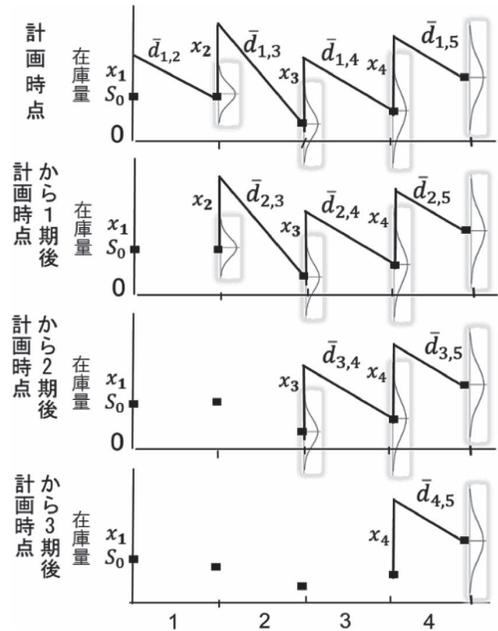


図2 計画非継続性を考慮した場合の在庫推移

#### 3.2 内示プロセスの新しいとらえ方

内示更新に伴って、在庫のリスク管理面で複雑性が増す。図2に計画時点1期における計画非継続性を考慮した場合の在庫推移を示す。手配計画を決める時には、計画時点での在庫推移の範囲だけではなく、計画時点から1期後、2期後、3期後までの在庫推移を視野に持つ必要がある。

すなわち、計画継続性のある場合では、内示は  $\bar{d}_{1,5} = \bar{d}_{2,5} = \bar{d}_{3,5} = \bar{d}_{4,5}$  のように、同じである

から、図2において、計画時点に想定する在庫推移の範囲における4か所の在庫ポイント（期末在庫期待値）にて、リスク評価を行っておけばよい。

しかし、計画非継続性を考慮する場合には、計画時点から1期後、2期後、3期後において、内示更新が起こることを前提に、リスク評価を行い、4期目の手配数量  $x_4$  を決めなければならない。在庫レベルのリスク評価すべきポイントは10か所である。なお、図2中の  $S_0$  は計画時点の在庫実績（初期在庫量）、 $x_t$  は手配数を表す。

そこで、内示プロセスの挙動解明に関して新たな枠組みとして「当初内示から最終的に確定注文にいたる変化が2段階に起こる」と解釈する新しい方式を提案する。

すなわち、例えば、当初内示から5期の確定注文に移り変わるプロセスを、まず、当初内示  $\bar{d}_{1,5}$  が一旦  $\bar{d}_{2,5}$ （あるいは、 $\bar{d}_{3,5}$ 、 $\bar{d}_{4,5}$ ）に更新され、次に更新後の内示が確定注文に代わるという2段階の変化として考える。当初内示  $\bar{d}_{1,5}$  が一旦  $\bar{d}_{2,5}$ （あるいは、 $\bar{d}_{3,5}$ 、 $\bar{d}_{4,5}$ ）に更新されることあるいはその量を「内示更新変動（changing of forecast, CF）」と呼び、その後、更新後の内示が確定注文に代わることあるいはその量を「更新後内示のブレ（difference of updated forecast, dUF）」と呼ぶ。前段の内示更新変動が起こるとということが計画非継続性を考慮していることになる。

### 3.3 時系列データとその性質

計画時点ごとにデータが蓄積され、時系列を形成する。

#### 3.3.1 内示更新変動系列

内示更新変動は、内示更新における当初内示と更新後内示の差であるとする。すなわち、

内示更新変動 = 更新後内示 - 当初内示  
である。例えば、4期先内示の場合の内示更新

表2 内示更新変動系列

計画時点 \ 内示	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点から1期後	-	CF21	CF32	CF43
計画時点から2期後	-	-	CF31	CF42
計画時点から3期後	-	-	-	CF41

表3 更新後内示のブレ系列

計画時点 \ 内示	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点から1期後	-	dUF21	dUF32	dUF43
計画時点から2期後	-	-	dUF31	dUF42
計画時点から3期後	-	-	-	dUF41

では、 $\bar{d}_{1,5} \rightarrow \bar{d}_{2,5}$ 、 $\bar{d}_{1,5} \rightarrow \bar{d}_{3,5}$ 、 $\bar{d}_{1,5} \rightarrow \bar{d}_{4,5}$  の3系列ある。これをそれぞれCF43系列、CF42系列、CF41系列と呼ぶ。したがって、内示が先4期まで提示があるときには、表2のように6個の系列が形成される。

#### 3.3.2 更新後内示のブレ系列

更新後内示のブレは、更新後内示と確定注文との差である。すなわち、

更新後内示のブレ = 確定注文 - 更新後内示  
である。例えば、4期先内示の場合の更新後内示のブレでは、 $\bar{d}_{2,5} \rightarrow d_5$ 、 $\bar{d}_{3,5} \rightarrow d_5$ 、 $\bar{d}_{4,5} \rightarrow d_5$  の3系列ある。これを、それぞれdUF43系列、dUF42系列、dUF41系列と表す。内示が先4期まで提示がある場合には、表3のように6個の系列が形成される。

なお、更新後内示のブレは、「内示のブレ」とは区別している。内示のブレは、計画時点における内示（いわば、更新前の当初内示）からのブレというべきものであり、以下のように示される。

内示のブレ = 確定注文 - 当初内示

3.3.3 系列間の関連性

(1) CF 系列と dUF 系列との関係

例えば、CF41系列では、 $\{\bar{d}_{4,5} - \bar{d}_{1,5}, \bar{d}_{5,6} - \bar{d}_{2,6}, \bar{d}_{6,7} - \bar{d}_{3,7}, \dots\}$ であり、dUF41系列では、 $\{d_5 - \bar{d}_{4,5}, d_6 - \bar{d}_{5,6}, d_7 - \bar{d}_{6,7}, \dots\}$ である。両者を要素ごとに、個々に加算すると、 $\{d_5 - \bar{d}_{1,5}, d_6 - \bar{d}_{2,6}, d_7 - \bar{d}_{3,7}, \dots\}$ となり、各要素は、(確定注文－当初内示)であり、これは4期先内示のブレ系列である。

以上のことから、

- ① CF 系列と dUF 系列は、更新内示を分割点として、内示のブレを2つに分割したものである。
- ②このことから、CF 系列と dUF 系列の平均値を加算したものは、内示のブレの平均値に一致する。

(2) dUF41/dUF31/dUF21系列の関係

表1より、各系列の要素は、

dUF31系列： $\{d_4 - \bar{d}_{3,4}, d_5 - \bar{d}_{4,5}, d_6 - \bar{d}_{5,6}, d_7 - \bar{d}_{6,7}, \dots\}$

dUF21系列： $\{d_3 - \bar{d}_{2,3}, d_4 - \bar{d}_{3,4}, d_5 - \bar{d}_{4,5}, d_6 - \bar{d}_{5,6}, d_7 - \bar{d}_{6,7}, \dots\}$

また、dUF41 系列では、3.3.1 節より、 $\{d_5 - \bar{d}_{4,5}, d_6 - \bar{d}_{5,6}, d_7 - \bar{d}_{6,7}, \dots\}$ である。

このように、先頭部分を除き3者の系列は同じである。これは、4期先内示の3期後と、3期先内示の2期後と、2期先内示の1期後における更新後内示が同じであるからである。同様に、4期先内示の2期後と、3期先内示の1期後における更新後内示が同じである。内示のプロセスのもつ特異な特性である。

以上のことから、

- ① dUF41/dUF31/dUF21 系列の平均値と分散は同じになる。
- ②同様に、dUF42/dUF32 系列の平均値と分散は同じになる。

4. 計画非継続性を考慮した需要モデルの提案

先4期までの内示が提示される場合を想定する。

4.1 需要モデル

[記号]

$d_i$  :  $i$  期先における確定注文 (需要量の実現値)

計画時点を0期とする記述法を採用する。

$\varepsilon_i$  :  $i$  期先における内示のブレ

以下、表4に内示を、表5に内示更新変動に対応した変数を、表6に更新後内示のブレに対応した変数を示す。

例えば、4期先内示は、表4に示すように、当初  $d$  から  $d' \rightarrow d'' \rightarrow d'''$  と更新され、最終的に、確定注文数量になる。 $d' - d$  に対応する変数は  $\xi'_4$  であり、 $d_4 - d'$  に対応する変数は  $\varepsilon'_4$  であることを示している。これらを用いて、以

表4 内示

計画時点 \ 計画時点	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点	a	b	c	d
計画時点から1期後	-	b'	c'	d'
計画時点から2期後	-	-	c''	d''
計画時点から3期後	-	-	-	d'''

表5 内示更新変動に対応した変数

計画時点 \ 計画時点	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点から1期後	-	$\xi'_2$	$\xi'_3$	$\xi'_4$
計画時点から2期後	-	-	$\xi''_3$	$\xi''_4$
計画時点から3期後	-	-	-	$\xi'''_4$

表6 更新後内示のブレに対応した変数

計画時点 \ 期先内示	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点から1期後	-	$\varepsilon'_2$	$\varepsilon'_3$	$\varepsilon'_4$
計画時点から2期後	-	-	$\varepsilon''_3$	$\varepsilon''_4$
計画時点から3期後	-	-	-	$\varepsilon'''_4$

下に、計画時点、計画時点から1期後、計画時点から2期後、計画時点から3期後の需要量をあらわすモデル式を示す。

## A. 内示のブレ (当初計画時点)

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= a + \varepsilon_1 \\ d_2 &= b + \varepsilon_2 \\ d_3 &= c + \varepsilon_3 \\ d_4 &= d + \varepsilon_4 \end{aligned} \right\} (4.1)$$

## B. 内示更新変動

$$\left. \begin{aligned} b' &= b + \xi'_2 \\ c' &= c + \xi'_3 \\ c'' &= c + \xi''_3 \\ d' &= d + \xi'_4 \\ d'' &= d + \xi''_4 \\ d''' &= d + \xi'''_4 \end{aligned} \right\} (4.2)$$

## C. 更新後内示のブレ

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= b' + \varepsilon'_2 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_3 &= c' + \varepsilon'_3 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_3 &= c'' + \varepsilon''_3 && \text{(2期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d' + \varepsilon'_4 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d'' + \varepsilon''_4 && \text{(2期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d''' + \varepsilon'''_4 && \text{(3期後の更新内示の場合)} \end{aligned} \right\} (4.3)$$

## D. 需要モデル

A, B, C を統合する。内示と内示のブレ、内示更新変動、更新後内示のブレの変数を使って需要モデルが表現できる。

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= a + \varepsilon_1 && \text{(当初計画時点の内示の場合)} \\ d_2 &= b + \xi'_2 + \varepsilon'_2 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_3 &= c + \xi'_3 + \varepsilon'_3 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_3 &= c + \xi''_3 + \varepsilon''_3 && \text{(2期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d + \xi'_4 + \varepsilon'_4 && \text{(1期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d + \xi''_4 + \varepsilon''_4 && \text{(2期後の更新内示の場合)} \\ d_4 &= d + \xi'''_4 + \varepsilon'''_4 && \text{(3期後の更新内示の場合)} \end{aligned} \right\} (4.4)$$

5期の確定注文にいたる場合を例に、当初内示からの内示更新の挙動 (▲) と対応する変数を図3に示す。

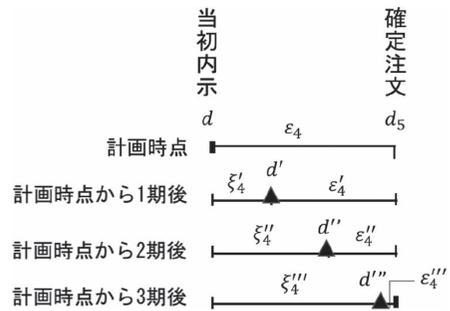


図3 内示更新と対応する変数

## 4.2 在庫モデル

前節の需要モデルを用いて、計画非継続性を考慮したときの在庫推移を図4に示す。以下に、期ごとの期末在庫量を記述する。

[記号]

$S_0$  : 計画時点の初期在庫量

$x_i$  :  $i$  期先の手配数量 ( $i=1,2,3,4$ )

(1) 当初計画時点における期末在庫量 (N+1期)

$$\begin{aligned} S_{N+1} &= S_0 + x_1 - d_1 \\ &= S_0 + x_1 - a - \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

(N+2期)

$$\begin{aligned} S_{N+2} &= S_0 + x_1 + x_2 - (d_1 + d_2) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 - (a + b) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \end{aligned} \quad (4.6)$$

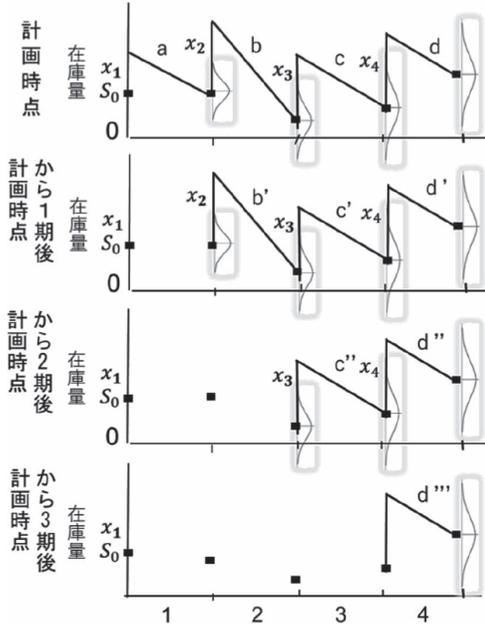


図4 在庫推移 (内示提示4期間の場合)

(N+3期先)

$$\begin{aligned} S_{N+3} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (d_1 + d_2 + d_3) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (a + b + c) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \end{aligned} \quad (4.7)$$

(N+4期先)

$$\begin{aligned} S_{N+4} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (a + b + c + d) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4) \end{aligned} \quad (4.8)$$

(2) 計画時点から1期後における期末在庫量

(N+2期) 1期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+2} &= S_0 + x_1 + x_2 - (d_1 + d_2) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 - (a + b) - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

(N+3期) 1期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+3} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (d_1 + d_2 + d_3) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (a + b + c) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2 + \zeta'_3 + \varepsilon'_3) \end{aligned} \quad (4.10)$$

(N+4期) 1期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+4} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (a + b + c + d) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2 + \zeta'_3 + \varepsilon'_3 + \zeta'_4 + \varepsilon'_4) \end{aligned} \quad (4.11)$$

(3) 計画時点から2期後における期末在庫量

(N+3期) 2期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+3} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (d_1 + d_2 + d_3) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 - (a + b + c) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2 + \zeta''_3 + \varepsilon'_3) \end{aligned} \quad (4.12)$$

(N+4期) 2期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+4} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (a + b + c + d) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2 + \zeta''_3 + \varepsilon'_3 + \zeta''_4 + \varepsilon'_4) \end{aligned} \quad (4.13)$$

(4) 計画時点から3期後における期末在庫量

(N+4期) 3期後の更新内示を使用

$$\begin{aligned} S_{N+4} &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \\ &= S_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - (a + b + c + d) \\ &\quad - (\varepsilon_1 + \zeta'_2 + \varepsilon'_2 + \zeta''_3 + \varepsilon'_3 + \zeta'''_4 + \varepsilon'_4) \end{aligned} \quad (4.14)$$

## 5. 在庫の分散と上界

[記号] 表にて示す。

表7 内示のブレの標準偏差

1期先 内示	2期先 内示	3期先 内示	4期先 内示
$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$

表8 内示更新変動 (CF) の標準偏差

計画時点 \ 計画時点	1期先 内示	2期先 内示	3期先 内示	4期先 内示
計画時点から 1期後	-	se21	se32	se43
計画時点から 2期後	-	-	se31	se42
計画時点から 3期後	-	-	-	se41

表9 更新後内示のブレ (dUF) の標準偏差

計画時点	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点から1期後	-	se21K	se32K	se43K
計画時点から2期後	-	-	se31K	se42K
計画時点から3期後	-	-	-	se41K

内示のブレに対応する変数  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  の標準偏差を表7に、内示更新変動に対応する変数  $\xi_2, \xi_3, \xi_3'', \xi_4, \xi_4', \xi_4''''$  の標準偏差を表8に、更新後内示のブレに対応する変数  $\varepsilon_2', \varepsilon_3', \varepsilon_3'', \varepsilon_4', \varepsilon_4'', \varepsilon_4''''$  の標準偏差を表9に示している。これらの間には、経験的に、以下の性質が知られている。

①内示更新変動の分散は、「何期先の内示」であるかによって異なるが、それぞれの期の中では大差がなくほぼ似通っている。

$$\left. \begin{aligned} \omega_2^2 &\equiv se21^2 \\ \omega_3^2 &\equiv se32^2 \equiv se31^2 \\ \omega_4^2 &\equiv se43^2 \equiv se42^2 \equiv se41^2 \end{aligned} \right\} (5.1)$$

②更新後内示のブレの分散については、当初内示のブレより小さく、また、1回目の更新内示より、2回目、3回目の更新内示の方が確定注文により近づくことから、 $se31K^2$ 、 $se41K^2$  の分散は他に比べて小さくなる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \omega_2^2 &\geq se21K^2 \\ \omega_3^2 &\geq se32K^2 \geq se31K^2 \\ \omega_4^2 &\geq se43K^2 \geq se42K^2 \geq se41K^2 \end{aligned} \right\} (5.2)$$

## 5.1 在庫の分散

4.2節の在庫モデルを用いて、一定の前提条件の下で在庫の分散を求める。

(仮定 I) ①すべての変数  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ ,

$\xi_2, \xi_3, \xi_3'', \xi_4, \xi_4', \xi_4''''$ ,  $\varepsilon_2', \varepsilon_3', \varepsilon_3'', \varepsilon_4', \varepsilon_4'', \varepsilon_4''''$  は、定常過程で、かつ分散均一である。

②すべての変数  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \xi_2, \xi_3, \xi_3'', \xi_4, \xi_4', \xi_4''''$ ,  $\varepsilon_2', \varepsilon_3', \varepsilon_3'', \varepsilon_4', \varepsilon_4'', \varepsilon_4''''$  は、互いに独立であり、相関はないとする。

(仮定 II) (仮定 I) に加えて、更に、内示更新変動の分散 ( $se21^2$  など) は、2期先内示、3期先内示、4期先内示ごとに一定であり、それぞれの中で最大である、 $\omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2$  の値をとる。

(仮定 I) (仮定 II) が成立する場合の各時点の在庫の分散を表10、表11に示す。

例として、(仮定 I) が成立する場合で、[計画時点から3期後] で、[4期先内示を使う場合] の在庫の分散を求める。(4.14) 式の在庫モデルより、(仮定 I) ①②を用いて、

$$\begin{aligned} V[S_{N+4}] &= V[\varepsilon_1 + \xi_2 + \varepsilon_2' + \xi_3'' + \varepsilon_3'' + \xi_4'''' + \varepsilon_4''''] \\ &= V[\varepsilon_1] + V[\varepsilon_2'] + V[\varepsilon_3''] + V[\varepsilon_4''] + V[\xi_2'] \\ &\quad + V[\xi_3''] + V[\xi_4''''] \\ &= \omega_1^2 + se21^2 + se31^2 + se41^2 + se21K^2 \\ &\quad + se31K^2 + se41K^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる。

(仮定 II) の場合は、さらに、

$$\left. \begin{aligned} se21^2 &= \omega_2^2 \\ se32^2 &= se31^2 = \omega_3^2 \\ se43^2 &= se42^2 = se41^2 = \omega_4^2 \end{aligned} \right\} (5.4)$$

であることを用いる。すると、(5.3) 式は

$$\begin{aligned} V[S_{N+4}] &= \omega_1^2 + se21^2 + se31^2 + se41^2 \\ &\quad + se21K^2 + se31K^2 + se41K^2 \\ &= \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 + se21K^2 + se31K^2 \\ &\quad + se41K^2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

表10、11ともに、

①計画時点において、「先の期の内示を使う場合ほど、分散は大きくなる」ことがわかる。(表の右に行くほど分散は大きくなる)

②計画時点から1, 2, 3期後のいずれにおいても, ①であることが確認できる。

表12, 表13に求めている。

表13より, (仮定Ⅱ) の場合には, 更新後内示のブレにおける経験則 (5.1), (5.2) 式を用いると,

5.2 在庫の分散の上界

(仮定Ⅰ) (仮定Ⅱ) の場合の分散の増加分を

表10 在庫の分散 (仮定Ⅰの場合)

計画時点 \ 計画時点	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点	$\omega_1^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2$
計画時点から1期後		$\omega_1^2 + se21^2 + se21K^2$	$\omega_1^2 + se21^2 + se32^2 + se21K^2 + se32K^2$	$\omega_1^2 + se21^2 + se32^2 + se43^2 + se21K^2 + se32K^2 + se43K^2$
計画時点から2期後			$\omega_1^2 + se21^2 + se31^2 + se21K^2 + se31K^2$	$\omega_1^2 + se21^2 + se31^2 + se42^2 + se21K^2 + se31K^2 + se42K^2$
計画時点から3期後				$\omega_1^2 + se21^2 + se31^2 + se41^2 + se21K^2 + se31K^2 + se41K^2$

表11 在庫の分散 (仮定Ⅱの場合)

計画時点 \ 計画時点	1期先内示	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点	$\omega_1^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2$
計画時点から1期後		$\omega_1^2 + \omega_2^2 + se21K^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + se21K^2 + se32K^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 + se21K^2 + se32K^2 + se43K^2$
計画時点から2期後			$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + se21K^2 + se31K^2$	$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 + se21K^2 + se31K^2 + se42K^2$
計画時点から3期後				$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 + se21K^2 + se31K^2 + se41K^2$

表12 在庫の分散の増加分 (仮定Ⅰ)

計画時点 \ 計画時点	2期先内示	3期先内示	4期先内示
計画時点	-	-	-
計画時点から1期後への増加	$se21^2 - \omega_2^2 + se21K^2$	$se21^2 - \omega_2^2 + se32^2 - \omega_3^2 + se21K^2 + se32K^2$	$se21^2 - \omega_2^2 + se32^2 - \omega_3^2 + se43^2 - \omega_4^2 + se21K^2 + se32K^2 + se43K^2$
計画時点から1期後より2期後への増加		$se31^2 - se32^2 + se31K^2 - se32K^2$	$se31^2 - se32^2 + se42^2 - se43^2 + se31K^2 - se32K^2 + se42K^2 - se43K^2$
計画時点から2期後より3期後への増加			$se41^2 - se42^2 + se41K^2 - se42K^2$

表13 在庫の分散の増加分（仮定Ⅱ）

計画時点 \ 計画時点	2期先 内示	3期先 内示	4期先 内示
計画時点	-	-	-
計画時点から 1期後への増加	$se21K^2$	$se21K^2 + se32K^2$	$se21K^2 + se32K^2 + se43K^2$
計画時点から1期後より 2期後への増加		$se31K^2 - se32K^2$	$se31K^2 - se32K^2 + se42K^2 - se43K^2$
計画時点から2期後より 3期後への増加			$se41K^2 - se42K^2$

$$\left. \begin{aligned} se32K^2 &\geq se31K^2 \\ se43K^2 &\geq se42K^2 \geq se41K^2 \end{aligned} \right\} (5.6)$$

であるから、計画時点から1期後の分散の増加分は正、計画時点から1期後より2期後の分散の増減は負、計画時点から2期後より3期後の分散の増減は負となる。このことから、計画時点からより遠い3期後の分散が最大になるのではなく、「計画時点から1期後の分散が最大であり、上界である」ことを示している。

このことは、計画非継続性を持つ内示プロセスの重要な特性であるといえる。計画作成時点における在庫のリスク評価において、在庫チェックポイントを少なくできる簡便手法の可能性を示唆している。

## 6. 数値シミュレーションによる検証

内示提示期間が先4期までの場合において、変数ごとの標準偏差（誤差）が与えられた時の在庫の分散を求める。

### 6.1 前提条件

例題として、内示のブレの標準誤差（standard error, se）、内示更新変動（CF）のse、内示更新後のブレのseが表14、表15のように与えられているとする。

表14 内示のブレの標準誤差（se）

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
内示のブレ	1.0	2.3	7.9	9.4

表15 内示更新と更新後内示のブレの標準誤差（se）

	N+2	N+3	N+4
内示更新変動 CF	2.1	7.7	9.4
		7.5	9.3
			9.2
内示変更後ブレ dUF	1.3	2.4	7.9
		1.3	2.4
			1.3

## 6.2 結果

表10、11に基づく在庫分散の計算結果を表16に示す。

表16より、

- ①(仮定Ⅰ)、(仮定Ⅱ)の両者とも、計画時点あるいは、計画時点から1、2、3期後のいずれにおいても、N+1期、N+2期、…の順に在庫の分散が大きくなる。
- ②(仮定Ⅱ)では、計画時点からの以降の期については、漸増ではなく、計画時点から1期後の分散が最大になる。一定条件の下で、在庫の分散の上界が存在することが数値計算上からも確かめられた。仮定Ⅰの場合においても、同様の結果が確かめられた。

表16 例題の在庫の分散計算

	時点	N+1	N+2	N+3	N+4
在庫の se (仮定 I)	計画時点	1.0	2.5	8.3	12.6
	1 期後		2.7	8.5	14.9
	2 期後			8.1	12.5
	3 期後				12.3
	時点	N+1	N+2	N+3	N+4
在庫の se (仮定 II)	計画時点	1.0	2.5	8.3	12.6
	1 期後		2.8	8.8	15.1
	2 期後			8.5	12.9
	3 期後				12.8

③(仮定 I) と (仮定 II) を比較すると、計画時点では分散は等しく、差異はない。しかし、それ以降のすべてのタイミングにおいて (仮定 II) における分散が大きい。これは、(仮定 II) では、CF の se について内示のブレの se を用い、大きく見積もっているからである。

③計画非継続性を考慮する場合には、そうでない場合に比べて、先 4 期の在庫の標準誤差の上界においては、(仮定 II) では、約 20% 増加することを示している。

## 7. 需要モデルの代替モデルについて

需要モデルの代替モデルを考察する。更新後内示のブレのモデルについて、1 期後の更新内示、2 期後の更新内示、3 期後の更新内示を使ったときの誤差をすべて、内示のブレ ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ ) が相当すると考える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= b' + \epsilon_2 \\ d_3 &= c' + \epsilon_3 \quad (\text{1 期後の更新内示の場合}) \\ d_3 &= c'' + \epsilon_3 \quad (\text{2 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d' + \epsilon_4 \quad (\text{1 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d'' + \epsilon_4 \quad (\text{2 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d''' + \epsilon_4 \quad (\text{3 期後の更新内示の場合}) \end{aligned} \right\} (7.1)$$

すると、需要モデルは、以下のように内示と内示更新変動と内示のブレを用いて表現できる。

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= b + \xi'_2 + \epsilon_2 \\ d_3 &= c + \xi'_3 + \epsilon_3 \quad (\text{1 期後の更新内示の場合}) \\ d_3 &= c + \xi''_3 + \epsilon_3 \quad (\text{2 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d + \xi'_4 + \epsilon_4 \quad (\text{1 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d + \xi''_4 + \epsilon_4 \quad (\text{2 期後の更新内示の場合}) \\ d_4 &= d + \xi'''_4 + \epsilon_4 \quad (\text{3 期後の更新内示の場合}) \end{aligned} \right\} (7.2)$$

このモデルが需要モデルになりうるか考察する。すると、

①例えば、(7.2) 式のなかの 2 期先の内示を使う場合の需要量の式は、

$$d_2 = b + \xi'_2 + \epsilon_2$$

であるから、

$$d_2 - b = \xi'_2 + \epsilon_2$$

となる。左辺  $d_2 - b$  は 2 期先内示のブレであるから、

$$d_2 - b = \epsilon_2$$

となり、2 期先の内示のブレを表す式が 2 種できることになり、矛盾する。

②1 期後の更新後内示、2 期後の更新後内示、3 期後の更新後内示からのブレがすべて同じ誤差であるとは考えにくい。

③1 期後の更新内示、2 期後の更新内示、3 期後の更新内示からのブレの分散がいつも最大値 ( $\omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2$ ) をとるとは考えにくい。

なお、注文プロセスの表現を提案している文献 [7] もあるが、本論文のように、当初内示のブレ、内示更新変動、更新後内示のブレなどを区別することなく、そのために変動について意味付けを行わず、また計画非継続性を考慮したものではない。

## 8. 計画問題への適用と留意点

### 8.1 計画非継続性を考慮した計画問題におけるリスク評価

計画非継続性を考慮し、4期先の手配量を決定する手配計画問題における在庫のリスク評価を考える。

図4 在庫推移に示したように計画時点において、在庫量のリスク評価をすべきチェックポイントの数は、

- ①計画時点では、当初内示  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  を用いた場合の期末在庫について4箇所
- ②計画時点から1期後では、1期後の更新内示  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$  を想定した場合の期末在庫について3箇所
- ③計画時点から2期後では、2期後の更新内示  $c''$ ,  $d''$  を想定した場合の期末在庫について2箇所
- ④計画時点から3期後では、3期後の更新内示  $d'''$  を想定した場合の期末在庫について1箇所であり、合計10個になる。したがって、手配計画時点で、10か所の在庫の期待値と在庫の分散を求め、在庫品切れ等のリスクの評価を行うことになる。

しかし、5.2節で述べたように、計画時点から1期後に在庫の分散の上界があることから、リスクの評価のポイントは10個ではなく、計画時点から1期後までの在庫ポイントに限定され

る。内示提示期間が  $n$  の場合には、すべてのリスク評価の在庫チェックポイントは、 $n(n+1)/2$  であるが、上界特性を用いることにより、 $n$  に限定される。

### 8.2 計画の手順

計画非継続性を考慮した計画問題の概略処理手順を図5に示す。計画非継続性を考慮した計画問題においては、当初内示、内示のブレの  $se$  に加えて、内示更新、内示更新変動 (CF) の  $se$ 、更新後内示のブレ (dUF) の  $se$  が必要である。

## 9. おわりに

計画非継続性は、長期の調達リードタイムを持つ品種について、納入までの期日に景気変動、需要者の生産変動などの影響を受けて当初の計画が次期に継続されない事象である。ビジネスのスピードが激しい現代において計画の見直しは多発し、都度の計画更新変化は不可避である。

本論文は、内示プロセスに見られる計画非継続性の事象に対する検討のフレームワークを提案している。このフレームを用いて明らかになったことをまとめる。

- (1) 複数回にまたがる内示更新プロセスについて、①当初内示から中間的な更新内示に変化する挙動 (内示更新変動, CF) と②更新後内示から最終の確定注文に至る挙動

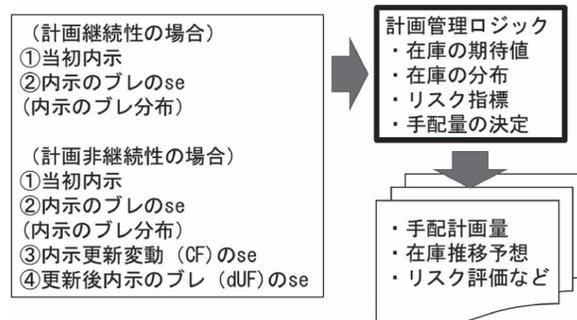


図5 計画の概略処理手順

- (更新後内示のブレ, dUF) の 2 段階に分けてモデル化し, この 2 つを統合した需要モデルを提案した。
- (2) CF 系列と dUF 系列の平均値を加算したものは, 内示のブレの平均値に一致することがわかった。また, dUF41/dUF31/dUF21 系列の平均値と分散は同じになることがわかった。
- (3) 提案した需要モデルを用いて, 一定の仮定のもとで, 在庫量の分散を求めた。その結果, 「(仮定 II) の場合に, 計画時点より 1 期後において, 在庫の分散が最大になる(上界がある)」ことが明らかになった。在庫の分散は, 在庫管理におけるリスク評価を行う上で必須であり, 上界特性を持つという知見は非常に有益である。
- (4) 数値シミュレーションにより, (3) の結果を確認した。また, 「(仮定 I) の場合にも, 計画時点より 1 期後において, 結果的に在庫の分散が最大になる」ことがわかった。
- (5) 需要モデルのバリエーションを示し, 提案方法と比較した。提案の需要モデルが妥当であることを示した。
- (6) 計画非継続性を考慮した計画問題におけるリスク評価について, 在庫の評価ポイント数を明らかにした。在庫の分散に上限があることから, 評価ポイントを絞ることが可能である。

今後の課題を示す。

- (1) 提案した需要モデルについて, (仮定 I), (仮定 II) の妥当性について実証分析が必要である [8]。すなわち, 内示のブレ, 内示更新変動, 更新後内示のブレに対応する変数  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \xi_2', \xi_3', \xi_3'', \xi_4', \xi_4'', \xi_4''', \varepsilon_2', \varepsilon_3', \varepsilon_3'', \varepsilon_4', \varepsilon_4'', \varepsilon_4'''$  が定常過程で分散均一であることを実証する。
- (2) 変数間の相関性を考慮した場合における在

庫の分散について検討する必要がある。

- (3) 内示理論 [3] に基づいて離散型の需要分布で表現される場合につき, 手法の開発や実務に適用した事例が報告されている [9-11]。今後はさらに, 計画非継続性事象を考慮した内示プロセスに対して, 離散型分布を前提とした不確実性に頑健な新たな在庫管理方式の確立が求められる。

現在は不確実な時代であり, またビジネススピードが速い。事前のリスク評価とともに, 刻々変わる事態に対して早いアクションが求められる。計画非継続性が多発する中, 適切な手配計画を求めることは不可欠であり, 事象の解明は重要である。内示の特性と有効性の認識が高まり, 内示を利用したレジリエントな在庫管理法の活用が期待される。

謝辞: 本研究に際して, 本学メディアビジネス学部ビジネス情報学科先生方からは貴重な専門書, 参考文献の提供を受けたことに謝意を表します。

## 参 考 文 献

- [1] 上野信行: 内示情報と生産計画—持続可能な社会における先行需要情報の活用—, 朝倉書店 (2011)
- [2] 上野信行: レジリエンスに優れた内示生産システムの体系化についての考察—システム特性・分類・レジリエンスとその展開—, 県立広島大学論集, Vol. 7, No. 1, pp. 191-202 (2015)
- [3] 上野信行: 内示理論—不確実な需要環境における先行需要予測情報の活用法の体系化—, 経済研究論集, 第43巻, 第3号, pp. 25-42 (2021.3)
- [4] 上野信行, 得津康義: 内示データの時系列特性の分析, 経済研究論集, 第44巻, 第2号, pp. 5-19 (2021.11)
- [5] 上野信行, 得津康義: 内示プロセスにおける予測に関する基礎的解析—内示情報を用いた予測性能の実証分析—, 経済研究論集, 第44巻, 第3号, pp. 1-16 (2022.3)
- [6] 上野信行, 得津康義: 内示を用いた取引システムの長期均衡性—内示プロセスにおける長期均衡係数の高精度化—, 経済研究論集, 第45巻, 第2号, pp. 1-12 (2022.11)
- [7] D. C. Heath and P. L. Jackson: Modeling the evolution and demand forecasts with application

- to safety stock analysis in production/distribution systems, IIE Transactions, Vol. 26, No. 3, pp. 17-30 (1994)
- [8] Walter Enders 著, 新谷元嗣, 藪友良訳: 実証のための計量時系列分析, 有斐閣 (2019)
- [9] 美馬愛理, 上野信行, 熊谷賢治, 藤田達也, 吉岡靖時, 辻 清明: 内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法—離散型ブレ分布とリスク評価指標による多品種少量生産部品の手配業務標準化—, 日本機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集 (2021.3.8~3.9)
- [10] 美馬愛理, 上野信行, 熊谷賢治, 藤田達也, 作田一臣, 畑中憲司, 梅田貴司: 内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法 (II)—内示のブレの定常性分析と長納期部品への適用拡大—, 機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集 (2023.3.6~3.7)
- [11] 美馬愛理, 上野信行, 熊谷賢治, 藤田達也, 吉岡靖時, 辻 清明: 不確実な需要環境における平均在庫品切れ量を考慮した手配計画の標準化—在庫品切れ率・在庫量・平均在庫品切れ量(挽回量)のトレードオフの適正なバランス付け—, 機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集 (2023.3.6~3.7)