広島経済大学研究紀要
第１巻第１号　2024年７月

内示を用いた発注計画における意思決定手法の基礎的検討
――リスク許容度を考慮した多目的計画モデルの運用比較――

上野　信行*・得津　康義**・丹羽　啓一***

要　旨

内示を用いた発注計画業務の意思決定に対して，トレードオフの関係にある２つのリスク評価指標をもつ多目的計画手法を適用し，得られる解（満足解）の性質を明らかにする。従来からの代表的な意思決定手法と多目的計画手法とを運用面から比較検討を行う。

キーワード：内示，意思決定手法，多目的計画法，スカラー化法，新聞売り子問題

1.　は　じ　め　に

サプライチェーンにおける内示取引では，計画作成期ごとに一定期間先までの内示が提示される[1, 2]。内示は多くの分野で利用が進んでいる。例えば，サプライチェーンにおけるモノづくり企業において，内示の性質を利用した部品手配計画業務への応用が報告されている［3, 4］。提示される都度，前回までの内示は更新され，当初の内示が継続されない計画非継続性が起こる。筆者らは，既報［5］において内示更新に伴って計画時点より１期後の時点における在庫の分散が上界を持つことを指摘してきた。

本論文は，このような内示取引を前提とした発注計画業務における意思決定手法の基礎的な検討を行うものである。

まず，内示を用いた発注計画業務を説明し，定式化を行う。発注計画業務はリスク評価指標を含む多くの狙いと制約を持つ中で先の期の適正な発注量を決めることであり，複数の制約条件の下で，互いにトレードオフの関係にある評価指標を持つ多目的数理計画問題として定式化できることを示す。

このような不確実な需要環境における発注量の決定に際しては，従来から多くの意思決定法が提案されており，それぞれが独自の前提条件と解の性質を持っている。そのために，用途に応じて，適切な手法を見極め，前提条件を吟味しつつ，運用しなければならない。しかし，個々の手法についての解法や特性については多くの文献［6, 7］があるが，それぞれを運用面から横断的に考察した論文は少ない。

そこで，内示を用いた発注計画（単に，発注計画と呼ぶ）の意思決定法として，まず，意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法（付録参照）［8–10］を発注計画業務に適用し，その結果と性質を明らかにする。特に，２目的の計画における場合の解（満足解と呼ぶ）は，それぞれの評価指標の最悪値からの改善比率が等しいと解釈できることや正規性のブレ分布では標準偏差の影響を受けない（σ

* 広島経済大学名誉教授
** 広島経済大学経済学部教授
*** 広島経済大学メディアビジネス学部教授

非依存性と呼ぶ）などの顕著な性質を持つことを示す。

次に，従来からの代表的な意思決定手法として，スカラー化法［6, 11］，新聞売り子問題の解法［1, 12, 13］等を取り上げ，これらの手法を発注計画業務の意思決定に適用した場合の前提条件を確認する。最後に，これらの3つの手法を運用面から比較検討する。内示のブレ分布が正規分布で表現される場合に，意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法がその前提条件となるパラメータの設定が比較的容易であり，実務者の意思を反映しやすく，結果の説得性も高いことを明らかにする。

本論文の構成は，

2. では，内示プロセスにおける発注計画業務とは

3. では，発注計画問題の定式化とバリエーション

4. では，意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法の適用

5. では，発注計画問題の代表的な意思決定法

6. では，運用比較

である。

2. 内示プロセスにおける発注計画業務とは

計画時点の期ごとに先4期までの内示が提示される「ローリング型」の提示方式［2］をとる発注計画業務において，先4期までの適切な発注量を決める場合を想定する。この時に，発注計画として考慮すべき項目は以下のとおりである。

①内示更新と需要の不確実性への対応

計画非継続性［5］のために当初内示が変化すること（内示更新）と内示が確定注文時にはブレにより変動すること（確定注文は内示の実現値である）の2つの不確実性があることに対応する必要がある。具体的には，

（A-1）計画非継続性を考慮すること。内示更新に伴って計画時点より1期後の時点の在庫の分散が上界となる（上界特性という）ことを考慮すること。（制約条件）

（A-2）需要の不確実性によって起る在庫レベルの不確実性により在庫品切れが起こる。計画時の在庫品切れ率が管理目標内にあること。（制約条件）

（A-3）在庫品切れ率は極力小さいこと。（評価指標）

②在庫コストへの対応

在庫レベルを高位に保有すると，保管における費用が掛かり，長期保有は品質劣化が生じることから保有すべき在庫レベルは極力低位にすべきである。

（A-4）予想される在庫レベルが極力低いこと。（評価指標）

③在庫品切れが起こると想定される時の挽回作業への対応

在庫品切れが予想されると，納期調整，緊急製造依頼，緊急搬送依頼などの挽回策を行わざるを得ず，大きな費用が発生する。また，欠品のままでは，顧客への納入不足が起こる。

（A-5）追加補充するための挽回負担量を見積もり，それが極力少ないこと。（評価指標）

④発注計画数量の変更作業への対応

発注計画数量に対しては，変更することなく厳守したい。どうしても変更せざるを得ないときには，変更及びそれに伴う作業の余裕を考慮して，直近の期の変更を避ける必要がある。

（A-6）既存の発注計画数量に対しては，直近の期の変更を極力避ける。（評価指標）

ここで，（A-1）（A-2）は制約条件であり，（A-3）（A-4）（A-5）（A-6）は評価指標に相当する。特に，（A-3）（A-5）は，在庫の品切れリスクに対応したリスク評価指標である。上記以外に発注上の制約として，置き場制約，発注間隔制約などがあるが，今回は基本的な項目について検討を進める。

3. 発注計画問題の定式化とバリエーション

発注計画問題（原問題）の定式化を行う。4 期間を対象にする。

3.1 前 提

［記号］

n：期間，ただし，$n=4$

i：期（$i \le n$）

d_i：i 期先における確定注文（内示の実現値）

$\bar{d}_i$：i 期先の内示

μ_i：i 期先における内示のブレの平均

S_0：計画時点の在庫量（初期在庫量）

x_i：i 期先の発注量

$\hat{x}_i$：計画時点において既に決まっている i 期先の発注量（$i=1,2,3$）

S_i：i 期先の在庫量

m_i：i 期先の期末在庫予測値（在庫分布の期待値）

$\hat{\sigma}_i^2$：上界特性を考慮した i 期先の在庫の分散

ϵ_i^{max}：i 期先の在庫品切れ率上限（$i \le 4$）

3.2 考慮すべき項目

3.2.1 評価指標の定義

次の 3 つの指標を用いる［2, 11］。

（1）在庫コスト（在庫の分布の期待値 m_i）

在庫コストは，在庫量に比例すると考えられ，在庫の分布の期待値 m_i で代表させる。すなわち，

$$m_i \equiv S_0 + \sum_{l=1}^{i} x_l - \sum_{l=1}^{i} \bar{d}_l - \sum_{l=1}^{i} \mu_l \tag{3.1}$$

であり，極力小さいことが望ましい。

（2）在庫品切れ率 ϵ_i

内示更新と需要の不確実性による在庫品切れリスクを表現する指標として在庫品切れ率 ϵ_i を用いる。在庫分布が正規分布として，i 期先の在庫量 S_i の期待値 m_i と分散 $\hat{\sigma}_i^2$ を用いると i 期先の在庫品切れ率 ϵ_i は，

$$\epsilon_i \equiv \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_i} \exp\left\{ -\frac{\left(S_i - m_i\right)^2}{2\hat{\sigma}_i^2} \right\} dS_i \tag{3.2}$$

であらわされる。

(3) 挽回負担量（平均在庫品切れ量 ESO_i）

品切れが予想される際は緊急に補充する必要がある。補充すべき量，あるいは補充に要する負担量を予想し，挽回可能な範囲内かを判断する指標であり，在庫品切れが起こったときの品切れ量の平均値である。極力小さいことが望ましい。

在庫の期待値 m_i，標準偏差 $\hat{\sigma}_i$ の正規分布に従う場合に，在庫品切れ率 ϵ_i のときの平均在庫品切れ量 ESO_i は，

$$ESO_i = \frac{\hat{\sigma}_i}{\epsilon_i\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\left(VaR_{\epsilon_i}\left(\tilde{X}\right)\right)^2}{2}\right)-m_i \tag{3.3}$$

である［2］。ここで，$\tilde{X}$ は平均0，標準偏差1の正規分布に従い，$VaR_{\epsilon_i}\left(\tilde{X}\right)$（Value-at-Risk）はリスク量であり，Excel 関数の1つである NORMSINV 関数を使って求めることができる。

$$VaR_{\epsilon_i}\left(\tilde{X}\right) = NORMSINV\left(\epsilon_i\right) \tag{3.4}$$

3.2.2　3つの指標のトレードオフの関係

図1に i 期先の在庫の分布を用いて，3つの指標の図的関係を示す。在庫の期待値 m_i は分布の中心であり，在庫量（在庫の実現値）は在庫の期待値 m_i から上下に分布が広がっており，在庫の標準偏差 $\hat{\sigma}_i$ で規定される。在庫品切れ率 ϵ_i は，在庫量が負となる領域の比率であり，平均在庫品切れ量 ESO_i は在庫切れが起こった時の在庫品切れ量の平均値である。これらの指標の関係は，

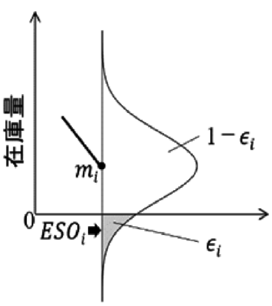


図1　3つの指標の関係

①在庫の期待値 m_i が小さく（低く）なれば，在庫品切れ率 ϵ_i あるいは，平均在庫品切れ量 ESO_i が大きくなる。

②ESO_i と m_i は負の相関の関係にあり，ϵ_i と ESO_i は正の相関の関係がある。

3.2.3　発注計画数量の変更作業度合

計画時点においては，1～3期先までの発注数量 $\hat{x}_i$（$i=1,2,3$）は決まっており，新規に4期先の発注量を求める必要がある。その時に，当初計画時点から1期後において，内示更新の影響から2期，3期先で在庫品切れが発生する危険が生じる場合がある。当初の発注計画数量に対しては，変更することなく厳守したいが，どうしても変更せざるを得ないときには，直近の期の変更ではなく，余裕を見て，極力先の期の発注量を変更する必要がある。

そのために，新規の発注量 x_i は，計画時点において既に計画されている発注量 $\hat{x}_i\,(i=1,2,3)$ との差異（変更）をあらわす $\left|x_i-\hat{x}_i\right|(i=1,2,3)$ を極力小さくする。特に，計画時点から近い期，例えば，$i=1,2$期における計画の変更は，対応の時間的な余裕が少なく，部材の調達に影響が大きいので，極力避ける。

3.2.4　在庫品切れ率目標管理

従来から不確実性のリスク評価指標として用いられてきた在庫品切れ率に対して，管理上限値を定めており，この制約を厳守する。意思決定者から見て許容できないギリギリの範囲を表している。i 期先の在庫品切れ率上限 ϵ_i^{max}（$i\le 4$）を用いて，在庫品切れ率 ϵ_i は，

$$0<\epsilon_i\le\epsilon_i^{max},\quad i=1,2,3,4 \tag{3.5}$$

である。

その他の制約として，発注量 x_i はゼロ以上であることによる在庫バランス制約式を守る必要がある。

3.3 問題の定式化（原問題）

4期間問題を考える。i 期先の在庫の期待値 m_i，在庫品切れ率 ϵ_i，平均在庫品切れ量 ESO_i とすると発注計画モデルは次のような計画問題（原問題と呼ぶ）となる。

（原問題）

$m_i \to \min, \forall i$

$\epsilon_i \to \min, \forall i$

$ESO_i \to \min, \forall i$

$|x_i - \hat{x}_i| \to \min, i = 1,2,3$

subject to

$0 < \epsilon_i \le \epsilon_i^{max}, \forall i$

在庫バランス制約

原問題の特徴は，４期間問題として，

①４つの在庫品切れ率上限制約と在庫バランス制約のもとで，15個の目的関数を持つ非線形計画問題である。ここで，変数は，ϵ_i，m_i，ESO_i，x_i の16個である。

②在庫の期待値 m_i と平均在庫品切れ量 ESO_i はトレードオフの関係にある。同様に，在庫の期待値 m_i と在庫品切れ率 ϵ_i はトレードオフの関係にある。

4. 意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法の適用

前章にて，発注計画業務はトレードオフの関係にあるリスク評価指標を含む複数指標を持つ「多目的計画問題」となることを述べた。本章では，原問題に対して，意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法（付録参照）を適用した結果と解の特性を明らかにする。ここで，パレート解の中から意思決定者により選ばれる最終的な解を最適解と区別して満足解と呼ぶ。

本章では，以下の事柄について明らかにする。

①２目的の場合には，満足解はそれぞれの目的関数の最悪値からの改善比率が同じになる。

②正規性の在庫分布の場合に，満足解は標準偏差の影響を受けない。これを σ 非依存性という。

③満足解は在庫品切れ率の管理上限 ϵ_i^{max} に依存する。

④２目的の場合に，２つの目的関数の構成の仕方により，リスクに対する許容度に差異がみられる。

4.1 原問題のバリエーション１

原問題の１期から３期までにおいて，①期別の発注量が既に決まっており，変更はない。かつ，②求めた期別の在庫品切れ率 ϵ_i は在庫品切れ率上限 ϵ_i^{max} を満足する③在庫バランス制約は満たされている場合を想定する。この場合は，１期から３期までを改めて解きなおす必要がなく，４期のみの発注量を決める単一期間の計画問題になる。

また，ESO, ϵ は互いに正の相関を持つことから，この２つを ESO にて代表させ，目的関数を m, ESO の２目的とし，添え字４は省略する。m, ESO は ϵ を変数とする関数であることを強調する為に $m(\epsilon)$，

$ESO(\epsilon)$ と表記する。すると，以下のように原問題のバリエーションを定義することができる。

（原問題のバリエーション1）

$m(\epsilon) \to \min$

$ESO(\epsilon) \to \min$

subject to

$0 < \epsilon \le \epsilon^{max}$

4.2　適用結果

4.2.1　原問題のバリエーション1のパレート解

前提条件として，在庫分布は平均10，標準偏差3の正規分布に従うとする。$\epsilon^{max} = 0.1$とした場合における代表的な ϵ に対する $m(\epsilon), ESO(\epsilon)$ の値を表1に示す。$m(\epsilon), ESO(\epsilon)$ のグラフを図2，$m(\epsilon), ESO(\epsilon)$ のパレート解を図3に示す。図3は横軸 $m(\epsilon)$，縦軸 $ESO(\epsilon)$ である。$m(\epsilon)$ が小さくなれば $ESO(\epsilon)$ が大きくなり，$ESO(\epsilon)$ が小さくなれば $m(\epsilon)$ が大きくなることから，2つの目的関数を同時に改善することはできず，トレードオフの関係にあることが分かる。ϵ の最下限を0.001としておく。

表1　パレート解の例

ϵ	$m(\epsilon)$	$ESO(\epsilon)$
0.001	9.27	0.83
0.05	4.93	1.25
0.1	3.84	1.42

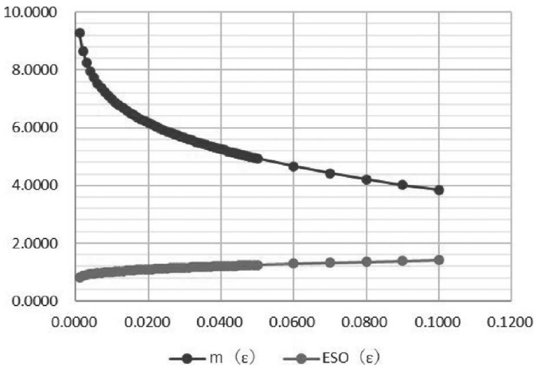


図2　$m(\epsilon), ESO(\epsilon)$ のグラフ（横軸：ϵ）

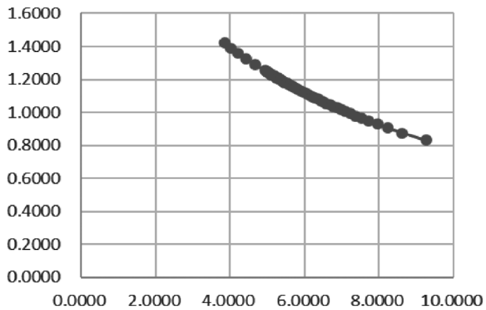


図3　パレート解（横軸：$m(\epsilon)$　縦軸：$ESO(\epsilon)$）

4.2.2　満足解

$m(\epsilon)$ は小さい方が望ましいことから，最良値は，$\epsilon = \epsilon^{max}$ のときで，$m(\epsilon^{max})$ である。また，最悪値は，$\epsilon = 0.001$のときで，$m(0.001)$ である。同様に，$ESO(\epsilon)$ は小さい方が望ましいことから，最良値，最悪値はそれぞれ $ESO(0.001)$，$ESO(\epsilon^{max})$ である。これらを使って，意思決定者の選好を表現する $m(\epsilon), ESO(\epsilon)$ のメンバーシップ関数 $\mu_m^L(\epsilon)$，$\mu_{ESO}^L(\epsilon)$ を次のように構成する。

$$\mu_m^L(\epsilon) = \begin{cases} 0 & , m(\epsilon) \ge m(0.001) \\ \dfrac{m(\epsilon) - m(0.001)}{m(\epsilon^{max}) - m(0.001)} & , m(0.001) \ge m(\epsilon) \ge m(\epsilon^{max}) \\ 1 & , m(\epsilon) \le m(\epsilon^{max}) \end{cases} \tag{4.1}$$

$$\mu_{ESO}^{L}(\epsilon)=\begin{cases} 0 & ,ESO(\epsilon)\geq ESO(\epsilon^{max}) \\ \dfrac{ESO(\epsilon)-ESO(\epsilon^{max})}{ESO(0.001)-ESO(\epsilon^{max})} & ,ESO(\epsilon^{max})\geq ESO(\epsilon)\geq ESO(0.001) \\ 1 & ,ESO(\epsilon)\leq ESO(0.001) \end{cases} \tag{4.2}$$

最良値を 1，最悪値を 0 になるように構成していることが分かる。

$$\lambda_m(\epsilon)=\mu_m^L(\epsilon) \tag{4.3}$$

$$\lambda_{ESO}(\epsilon)=\mu_{ESO}^L(\epsilon) \tag{4.4}$$

とおくと，満足解 ϵ^o は,

$$\lambda_m(\epsilon^o)=\lambda_{ESO}(\epsilon^o)=\lambda^O=0.5525 \tag{4.5}$$

$$\epsilon^o=0.019$$

$$m(\epsilon^o)=6.2246,$$

$$ESO(\epsilon^o)=1.0945$$

である。意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法の解き方は巻末の付録参照。

メンバーシップ関数 $\mu_m^L(\epsilon)$, $\mu_{ESO}^L(\epsilon)$ と満足解を図 4，図 5 に示す。満足解は，それぞれの評価指標において，最悪値から55.2%改善されたポイントになることを示している。図 6 に横軸は ϵ，縦軸は $\lambda_m(\epsilon)$, $\lambda_{ESO}(\epsilon)$ の値を示している。満足解を求める min−max 問題［8］の解は交点のところであ

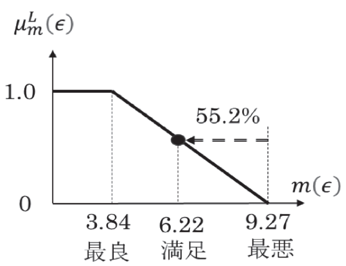


図 4　メンバーシップ関数 $\mu_m^L(\epsilon)$ と満足解

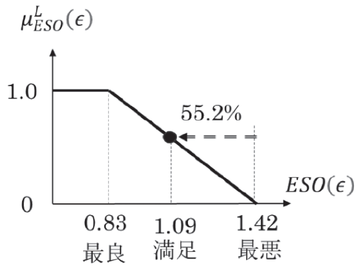


図 5　メンバーシップ関数 $\mu_{ESO}^L(\epsilon)$ と満足解

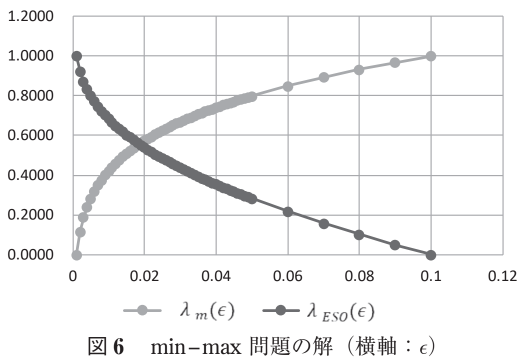


図 6　min−max 問題の解（横軸：ϵ）

る。相反する2つの指標のバランスづけを行った結果である。なお，ϵ は小数点以下3桁としている。

4.3　満足解の特性

2目的を持つ発注計画問題に適用し，明らかになった解の特性を示す。

①満足解はそれぞれの目的関数の最悪値からの改善比率が同じである。

$m(\epsilon)$ における最悪値は $m(0.001)$，$ESO(\epsilon)$ における最悪値は $ESO(\epsilon^{max})$ である。満足解 $\epsilon=\epsilon^{o}$ においては，下式が成立するはずである。

$$\frac{m(\epsilon^{o})-m(0.01)}{m(\epsilon^{max})-m(0.01)} = \frac{ESO(\epsilon^{o})-ESO(\epsilon^{max})}{ESO(0.001)-ESO(\epsilon^{max})}=0.5525 \tag{4.6}$$

分母はそれぞれの目的関数の最悪値と最良値の差異である。すると，(4.6) 式において，1つ目の式は目的関数 $m(\epsilon)$ における最悪値からの改善率であり，2つ目の式は目的関数 $ESO(\epsilon)$ における最悪値からの改善率であり，この両者が満足解 ϵ^{o} では等しく，その値は0.5525であることを表している。

メンバーシップ関数は意思決定者の選好を表現する関数であり，それぞれの評価指標を最良値と最悪値の間で，[0,1] にて規準化した効用を表現する関数であるとも解釈できる。

②満足解は在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} に依存する。表2に在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} ごとの満足解の結果を示している。ϵ^{max} が大きくなる，すなわち，在庫品切れリスクを受け入れる範囲が大きくなるにしたがって，満足解 ϵ^{o} も大きくなり，$m(\epsilon)$ を小さくして（在庫レベルを下げて），$ESO(\epsilon)$ がやや大きくなることを許容するようにバランスづけしていることが分かる。ϵ^{max} が0.08から0.3の変化に対して，ϵ^{o} は0.015から0.06と比較的に狭い範囲で変化しており，安定的である。

③正規性の在庫分布の場合に，満足解は分布の標準偏差の影響を受けない。σ 非依存性がある。

在庫分布 S を $N(\mu,\sigma^2)$ とした時の分布関数を $F(x)$ とすると，

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(S-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}dS \tag{4.7}$$

表2　在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} と満足解（m,ESO の2目的計画問題の場合）

ϵ^{max}	ϵ^{o}	λ^{o}	$m(\epsilon^{o})$	$ESO(\epsilon^{o})$
0.08	0.015	0.546	6.51	1.06
0.1	0.019	0.552	6.22	1.09
0.15	0.027	0.565	5.78	1.14
0.2	0.036	0.571	5.39	1.19
0.25	0.045	0.577	5.08	1.23
0.3	0.06	0.570	4.66	1.29
0.4	0.08	0.594	4.21	1.35
0.5	0.11	0.603	3.67	1.44

平均 μ，標準偏差 σ のとき $F(x)=\epsilon$ となる x をその逆関数 F^{-1} を用いて，$F^{-1}(\epsilon;\mu,\sigma)$ と書くとすると，

$$\begin{aligned} m(\epsilon) &= \mu - F^{-1}(\epsilon;\mu,\sigma) \\ &= -\sigma F^{-1}(\epsilon;0,1) \end{aligned} \tag{4.8}$$

である。これを用いて，

$$\begin{aligned} \mu_m^L(\epsilon) &= \frac{m(\epsilon)-m(0.001)}{m(\epsilon^{max})-m(0.001)} = \frac{-\sigma F^{-1}(\epsilon;0,1)-\left(-\sigma F^{-1}(0.001;0,1)\right)}{-\sigma F^{-1}(\epsilon^{max};0,1)-\left(-\sigma F^{-1}(0.001;0,1)\right)} \\ &= \frac{\sigma\left\{F^{-1}(0.001;0,1)-F^{-1}(\epsilon;0,1)\right\}}{\sigma\left\{F^{-1}(0.001;0,1)-F^{-1}(\epsilon^{max};0,1)\right\}} = \frac{F^{-1}(0.001;0,1)-F^{-1}(\epsilon;0,1)}{F^{-1}(0.001;0,1)-F^{-1}(\epsilon^{max};0,1)} \end{aligned} \tag{4.9}$$

これは，σ によらず成立する。また，

$$ESO(\epsilon) = \frac{\sigma}{\epsilon\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\left(VaR_\epsilon(\tilde{X})\right)^2}{2}\right) - m = \frac{\sigma}{\epsilon\sqrt{2\pi}}V(\epsilon) - m \tag{4.10}$$

ここで，

$$V(\epsilon) \equiv \exp\left(-\frac{\left(VaR_\epsilon(\tilde{X})\right)^2}{2}\right) \tag{4.11}$$

とおくと，

$$\mu_{ESO}^L(\epsilon) = \frac{ESO(\epsilon)-ESO(\epsilon^{max})}{ESO(0.001)-ESO(\epsilon^{max})} \tag{4.12}$$

については，

$$\text{分子} = \left\{\frac{\sigma}{\epsilon\sqrt{2\pi}}V(\epsilon)-m\right\} - \left\{\frac{\sigma}{\epsilon^{max}\sqrt{2\pi}}V(\epsilon^{max})-m\right\} = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{\epsilon}V(\epsilon)-\frac{1}{\epsilon^{max}}V(\epsilon^{max})\right\} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned} \text{分母} &= \left\{\frac{\sigma}{0.001\sqrt{2\pi}}V(0.001)-m\right\} - \left\{\frac{\sigma}{\epsilon^{max}\sqrt{2\pi}}V(\epsilon^{max})-m\right\} \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{0.001}V(0.001)-\frac{1}{\epsilon^{max}}V(\epsilon^{max})\right\} \end{aligned} \tag{4.14}$$

よって，

$$\text{分子／分母} = \left\{\frac{1}{\epsilon}V(\epsilon)-\frac{1}{\epsilon^{max}}V(\epsilon^{max})\right\} \Big/ \left\{\frac{1}{0.001}V(0.001)-\frac{1}{\epsilon^{max}}V(\epsilon^{max})\right\} \tag{4.15}$$

により，σ に影響を受けない。メンバーシップ関数が標準偏差 σ の影響を受けないことから，min–max 問題の解（満足解）も σ の影響を受けない。

④目的関数の構成（選択）の仕方によって，満足解への影響が異なり，リスクに対する許容度に強弱があることを示す。

4. 1節における原問題のバリエーション1では，m, ESO の2目的の計画問題を扱ったが，ここでは，原問題のバリエーション2として，$m(\epsilon), \epsilon$ の2目的の計画問題を扱う。

（原問題のバリエーション2）

$m(\epsilon) \to \min$

$\epsilon \to \min$

subject to

$0 < \epsilon \leq \epsilon^{max}$

ここで，在庫分布は，平均10，標準偏差3の正規分布に従い，$\epsilon^{max} = 0.1$とする。構成されたメンバーシップ関数は，$\mu_m^L(\epsilon)$ については，（4.1）式と同じである。一方，$\mu_\epsilon^L(\epsilon)$ については，

$$\mu_\epsilon^L(\epsilon) = \begin{cases} 0 & , \epsilon \geq \epsilon^{max} \\ \dfrac{\epsilon - \epsilon^{max}}{0.001 - \epsilon^{max}} & , \epsilon^{max} \geq \epsilon \geq 0.001 \\ 1 & , \epsilon \leq 0.001 \end{cases} \tag{4.16}$$

である。

min－max 問題において，

$$\lambda_\epsilon(\epsilon) = \mu_\epsilon^L(\epsilon) \tag{4.17}$$

とおくと，満足解 ϵ^o は，

$$\lambda_m(\epsilon^o) = \lambda_\epsilon(\epsilon^o) = \lambda^O = 0.6845 \tag{4.18}$$

$\epsilon^o = 0.032$

$m(\epsilon^o) = 5.5565$

$ESO(\epsilon^o) = 1.1723$

である。表3に在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} ごとの満足解の結果を示している。

この場合も，満足解は，在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} に依存していることが分かる。ϵ^{max} が大きくなる，すなわち，在庫品切れリスクを受け入れる範囲が大きくなるにしたがって，満足解 ϵ^o も大きくなり，$m(\epsilon)$ を小さくして，$ESO(\epsilon)$ がやや大きくなることを許容するようにバランスづけしていることが分かる。また，ϵ^{max} が0.08から0.3の変化に対して，ϵ^o は0.026から0.09と比較的に狭い範囲

表3　在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} と満足解（m, ϵ の2目的計画問題の場合）

ϵ^{max}	ϵ^o	λ^o	$m(\epsilon^o)$	$ESO(\epsilon^o)$
0.08	0.026	0.681	5.83	1.14
0.1	0.032	0.685	5.56	1.17
0.15	0.047	0.689	5.02	1.24
0.2	0.06	0.683	4.66	1.29
0.25	0.08	0.682	4.22	1.36
0.3	0.09	0.681	4.02	1.39
0.4	0.13	0.676	3.38	1.50
0.5	0.16	0.678	2.98	1.58

で変化しており，安定的である。

次に，m,ESO の2目的の場合と m,ϵ の2目的の場合を表2と表3を用いて比べてみる。例えば，$\epsilon^{max}=0.25$の場合においては，満足解はそれぞれの場合に，$\epsilon^{o}=0.045$，0.08となり，m,ESO の2目的の場合は m,ϵ の2目的の場合に比べて ϵ^{o} は小さくなっている（在庫品切れに対して厳しい)。これは，m に対して，同じ改善率を実現する為には，ESO を含めた2目的の場合は，より在庫品切れ率 ϵ を小さくして，在庫品切れリスクに対して頑強に対応することを表している。いわば，m,ESO の2目的の場合は m,ϵ の2目的の場合に比べてみると「リスクヘッジ型」の性格を持っているといえる。

4.4　特性の考察と評価

意思決定者は，次のような事実を受け入れられるかを考察する。

①満足解はそれぞれの目的関数の最悪値からの改善比率が同じである。

個々の目的関数の重要度を事前に与件として決めることは「決めるべき重要な項目である」ではあるが,「決める基準（メタ規準）が見つけにくく」「たとえ決めたとしてもどの程度まで重要視すればよいかの適用範囲が明示できない」など運用がなかなか困難である。これに対して,「それぞれの評価指標の最悪値からの改善率が同じになるように調整する」ことは，調整法がシンプルで，結果が理解しやすい。

②満足解は在庫品切れ率の管理上限値 ϵ^{max} に依存し，ϵ^{max} が大きくなる（リスクを許容する）につれて，目標とすべき在庫品切れ率 ϵ^{o} が大きくなる。

在庫品切れ率の管理上限値 ϵ_i^{max} を意思決定者が過去の経験から事前に決められるかがポイントである。そのために，直接的に ϵ_i^{max} を決めることは困難であっても，質問の仕方を工夫し,「どうしても許容できない上限 ϵ_i^{max} はいくらですか？」「過去には $\epsilon_i^{max}=0.25$以上は許容していませんね」などの「許容できる範囲ではなく，許容できない範囲」を聞くことにすると比較的応えやすいと思われる。

③目的関数の選択の仕方により，解への影響に強弱がある。m,ESO の2目的の場合は，m,ϵ の2目的の場合を比べてみると，結果的に「リスクヘッジ型」の性質をもっている。

ESO と ϵ は正の相関を持つことから基本的には同じ傾向にある。また，m,ESO の2目的の場合は m,ϵ の2目的の場合に比べてやや「リスクヘッジ型」の結果であることが分かっている。しかし，どちらを採用するかの合理的判断基準はない。したがって，従来からの業務の中で，ESO,ϵ のどちらに慣れているかという使いやすさにより採択するという考え方もありうる。そのうえで，性質の違いが十分に把握できた段階で業務への適合度を再検討して，適用していくことが実際的であると思われる。

④その他

満足解の特性として，在庫分布が正規分布である場合には，σ 非依存性がある。これは顕著な利点である。正規分布あるいは正規分布として近似できる場合には，σ が違っても改めて解きなおす必要はない。実務的には，時期によって分布の標準偏差が微妙に変化することが起こったとしても，特に対応する必要がなく，運用できる利点がある。

5.　発注計画問題の代表的な意思決定法

本論文で示す発注計画問題は，制約条件を持つ多目的計画問題であることはすでに述べた。この視点からは多くの手法，文献があるが，ここでは，スカラー化法として美馬らの論文［11］と古典的な

新聞売り子問題［1, 12, 13］を取り上げる。

5.1　スカラー化法

m,ESO の2目的の場合において，在庫を持つことのコストと挽回するときのコストの相対比を表す換算係数として，「品切れ時の挽回作業負荷量を在庫量に対して相対的に表現する係数 A」を新たに導入して，「制約条件付きの単一目的関数を持つ最適化問題」として定式化している［11］。

（原問題のバリエーション3）

$$m(\epsilon)+A\cdot ESO(\epsilon)\to \min$$

subject to

$$0<\epsilon\le\epsilon^{max}$$

特に，正規性の在庫分布の場合には解析的に解（この場合は最適解）を求める式が得られる。

換算係数 A の意味は明確であり，A が大きくなるときは ESO 重視であり，ϵ は小さくなる。A が小さくなるときは m 重視になり，ϵ は大きくなる。このように，意思決定者は，A を通じて，選好を反映することになる。

発注計画問題への適用の留意点としては，A の値を合理的に決められるかという課題がある。在庫分布が平均10，標準偏差3の正規分布の場合に，A が4～8と変化すると，最適解 ϵ^{o} は0.27～0.033に変化することが分かる。A の微小な違いが ϵ^{o} に少なからず影響する。

5.2　新聞売り子問題の応用

この方法は，在庫保管費と在庫品切れ損失が分かった場合に，それらの合計の平均を最小化するように最適在庫目標を求めるものである。単位あたりの在庫保管費を h，単位あたりの在庫品切れ損失を b，在庫レベルを S，不確実な需要量を z 及びその確率密度関数を $f(z)$ とする［1］。

(a) $S-z>0$ のときは，在庫が保管されている状態であり，在庫保管費が発生する。

(b) $S-z\le 0$ のときは，在庫切れが発生している状態であり，在庫品切れ損失が発生する。

したがって，総平均費用 $TC(S)$ は，

$$TC(S)=h\int_0^S(S-z)f(z)dz+b\int_S^\infty(z-S)f(z)dz \tag{5.1}$$

となる。

(5.1) 式は凸関数であり，$TC(S)$ が最小となる最適解を求める関係式が得られる［12, 13］。これは，新聞売り子問題の応用であり，最適在庫目標 S^* は，需要量 z の分布関数 $F(z)$ を用いて，

$$F(S^*)=\frac{b}{b+h} \tag{5.2}$$

となる。例えば，需要量が正規分布に従う場合には，需要の平均 $\bar{z}$ と在庫のばらつき（標準偏差）σ とすると Excel の NORMINV 関数を用いて求めることができる。

$$S^*=NORMINV\left(\frac{b}{b+h},\bar{z},\sigma\right) \tag{5.3}$$

適用の前提として，需要量の確率分布 $f(z)$ と単位あたりの在庫保管費 h，単位あたりの在庫品切れ損失 b が必要である。

発注計画問題への適用の留意点としては，

①単位あたりの在庫品切れ損失 b は機会損失であり，在庫切れにより注文を逃した時の損失規模を普段から管理しておく必要があり，タイミングに合わせて適切に得られるかが課題である。

②（5.2）式から，$\dfrac{b}{b+h}$ は注文充足率と解釈できるものであり，したがって，

$$\frac{h}{b+h}=1-\frac{b}{b+h} \tag{5.4}$$

より，$\dfrac{h}{b+h}$ は在庫品切れ率である。b そのものに相当な思惑が入り込む余地があり，そのために，（5.4）式より求めた在庫品切れ率が日常的な管理範囲より外れる可能性があり，整合性を確保する必要もある。意思決定者の属人性が入り込む可能性が高い。

6.　運　用　比　較

前章までの手法について，モデル与件を表4にまとめ，比較する。意思決定者から見て，意思決定項目などの与件が日常的な管理諸元から得られるであろうか。日常的に管理している項目なら，人に依存する度合いが少なく，与件として取り込みやすいが，個人の業務遂行上の項目なら，時期・状況により属人的な恣意性が生まれ可能性がある。

企業における日常的な管理項目としては，

①決算につながる会計上の管理項目（部品購入費，作業費，材料費など）

②決算につながらないが，①を応用して計量可能であると思われる項目（在庫保管費など）

③業務担当部門内における日常的な部門管理項目（品切れ回数，品切れ率など）

がある。そして，①②③には含まれないが，④計画担当者が業務遂行上，管理している項目がある。

以上の判断基準から，一般的には，

a．在庫保管費 h は①あるいは，②に相当する。

b．在庫品切れ率上限 ϵ^{max} は③あるいは，④に相当する。

c．換算係数 A は③あるいは，④に相当する。

d．品切れ損失 b は経営状況，生産繁忙さ，サプライヤーの状況などにより変化し，一貫した計量基準がないと属人性や恣意性が残ると思われる。

表4　手法と意思決定項目

手法	モデル記述	モデル与件	意思決定項目
意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法	$m(\epsilon)\to \min$ $ESO(\epsilon)\to \min$ subject to $0<\epsilon\le\epsilon^{max}$	ϵ^{max}	在庫品切れ率上限
スカラー化法	$m(\epsilon)+A\cdot ESO(\epsilon)$ $\to \min$	A	換算係数
新聞売り子問題の方法	$h\int_0^S(S-z)f(z)dz$ $+b\int_S^\infty(z-S)f(z)dz$ $\to \min$	h b	在庫保管費 在庫品切れ損失

7. おわりに

本論文は，内示取引を前提とした発注計画業務における意思決定手法の基礎的な検討を行ったものである。

(1) 内示を用いた発注計画業務を説明し，定式化を行った。発注計画業務は不確実な需要環境において，多くの狙いと制約を持つ中で先の期の適正な発注量を決めることであり，複数の制約条件の下で，リスク指標を含め互いにトレードオフの関係にある評価指標を持つ多目的数理計画問題として定式化できることを示した。また，計画問題のバリーションを示した。

(2) 意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法を発注計画業務に適用し，その結果と性質を明らかにした。

①２目的の場合には，満足解はそれぞれの目的関数の最悪値からの改善比率が同じになる。

②正規性の在庫分布の場合に，満足解は標準偏差の影響を受けない σ 非依存性がある。

③満足解は在庫品切れ率の管理上限値 ϵ_i^{max} に依存する。ϵ^{max} が大きくなるにしたがって，すなわち，在庫品切れリスクを受け入れる範囲が大きくなると，満足解 ϵ^o も大きくなり，$m(\epsilon)$ を小さくして（在庫レベルをやや下げて），$ESO(\epsilon)$ をやや多くする（平均在庫品切れ量をやや大きくする）性質を持つ。

④２つの目的関数の構成（選択）の仕方により，リスクに対する許容度に差異がみられる。m,ESO の２目的の場合は，m,ϵ の２目的の場合に比べて「リスクヘッジ型」である。

(3) 多目的計画問題の解法として，スカラー化法と古典的な新聞売り子問題を取り上げ意思決定のための与件を明確にした。

(4) 多目的計画問題の解法として，３つのモデル（意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法の解法，スカラー化法，新聞売り子問題の解法）について，モデルの前提条件が日常的な管理項目として計量可能で，属人的恣意的になり易いかどうかを比較した。比較した範囲では，意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法が有力である。

今後の課題を示す。

(1) 意思決定者の選好をメンバーシップ関数にて表現した多目的計画手法の解法を適用するに際して，

①今回は，２目的に限定したが，３目的やそれ以上の目的関数を同時に考慮する場合の解の特性を明らかにしておく必要がある。

②在庫分布が連続型の正規分布の場合について検討を進めたが，実務で前提となる離散型在庫分布の場合への適用手法を開発する必要がある。

(2) 内示を用いた発注計画問題（原問題）の解法の開発を行う。

(3) 業界ごとに，意思決定手法の与件項目の取得可能性について，検討する必要がある。また，受発注に関わる時系列データの収集と活用検討を行う必要がある［14］。

不確実な需要環境における発注量の決定に際しては，従来から多くの意思決定法が提案されているが，それぞれが独自の前提条件と解の性質を持っている。今日のビジネススピードが速く，従来とは異なる環境での適用に際して，用途に応じて，適切な手法の採択が必要になる。意思決定者が扱いやすい前提条件にて運用しなければならないが，本研究がそれに資すると思われる。

参考文献

［1］上野信行：内示情報と生産計画―持続可能な社会における先行需要情報の活用―，朝倉書店（2011）
［2］上野信行：サプライチェーンにおける先行需要予測情報：内示の活用―レジリエントな在庫管理・調達管理のための理論／技法／実践―，静岡学術出版（2023.12.22）
［3］美馬愛理，上野信行，熊谷賢治，藤田達也，吉岡靖時，辻　清明：内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法―離散型ブレ分布とリスク評価指標による多品種少量生産部品の手配業務標準化―，日本機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集（2021.3.8～3.9）
［4］美馬愛理，上野信行，熊谷賢治，藤田達也，作田一臣，畑中憲司，梅田貴司，宮下博行：内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法（Ⅱ）―内示のブレの定常性分析と長納期部品への適用拡大―，機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集（2023.3.6～3.7）
［5］上野信行，得津康義，丹羽啓一：内示プロセスにおける計画非継続性事象の基礎的検討―内示更新を考慮した需要モデルの提案と在庫の分散の上界―，広島経済大学経済研究論集，第46巻，第１号（2023）
［6］中山弘隆：あれもこれもよくしたい多目的計画法，オペレーションズ・リサーチ，第41巻，第６号，pp. 343–348（1996.6）
［7］渡辺昭夫：多目的計画問題の解法研究の分類と検討，北海道大学経済学研究，第30巻，第３号，pp. 323–337（1989.11）
［8］坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用，森北出版（1989）
［9］坂和正敏：非線形システムの最適化，森北出版（1986）
［10］坂和正敏，石井博昭，西崎一郎：ソフト最適化，朝倉書店（1995）
［11］美馬愛理，上野信行，熊谷賢治，藤田達也，吉岡靖時，辻　清明：不確実な需要環境における平均在庫品切れ量を考慮した手配計画の標準化―在庫品切れ率・在庫量・平均在庫品切れ量（挽回量）のトレードオフの適正なバランス付け―，機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集（2023.3.6～3.7）
［12］大野勝久：Excel による生産管理，朝倉書店（2011）
［13］J. Bramel and D. Simchi-Levi: The Logic of Logistics Theory, Algorithms, and Applications for Logistics Management, Springer（1997）
［14］Walter Enders 著，新谷元嗣，藪　友良訳：実証のための計量時系列分析，有斐閣（2019）

（付録）意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法

多目的ファジィ非線形計画問題の解法［8］の適用であるが，本論文では，想定している問題の解の特性を鑑み，意思決定者の選好を多目的ファジィ非線形計画問題におけるメンバーシップ関数を用いて表現した手法を「意思決定者の選好を考慮した多目的計画手法」と簡潔に呼ぶことにする。以下は，坂和らの文献［8–10］を参照した。

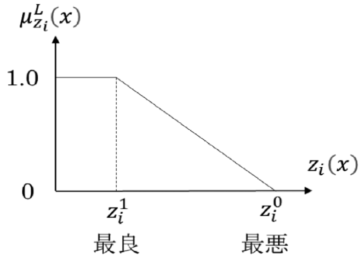
1.　意思決定者の選好を考慮した多目的線形計画手法の定式化

$$\begin{aligned}&\text{minimize}\, z_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}_1\boldsymbol{x}\\&\text{minimize}\, z_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}_2\boldsymbol{x}\\&\qquad\vdots\\&\text{minimize}\, z_k(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}_k\boldsymbol{x}\end{aligned}$$

subject to

$$A\boldsymbol{x} \le \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \ge 0$$

ここで，k 個の目的関数 $z_i(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c_i}\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{c_i} = (c_{i1}, c_{i2}, \cdots, c_{in})$，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$，$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \cdots, b_m)^T$ で，A は $m \times n$ の行列である。目的関数 $z_i(\boldsymbol{x})$ に対する意思決定者の「だいたいある値以下にしたい」という選好を表現する関数（メンバーシップ関数という）として，目的関数の値 $z_i(\boldsymbol{x})$ が z_i^0, z_i^1 の時に，それぞれの値が０（最悪の状態を表す），１（最良の状態を表す）になり，



付図　メンバーシップ関数

その中間は例えば，付図で表されるような関数 $\mu_{z_i}^L(\boldsymbol{x})$ をあてはめる。

$$\mu_{z_i}^L(\boldsymbol{x})=\begin{cases} 0 & ,z_i(\boldsymbol{x})\geq z_i^0 \\ \dfrac{z_i(\boldsymbol{x})-z_i^0}{z_i^1-z_i^0} & ,z_i^0\geq z_i(\boldsymbol{x})\geq z_i^1 \\ 1 & ,z_i(\boldsymbol{x})\leq z_i^1 \end{cases}$$

すると，多目的計画問題の解は，次の min－max 問題に帰着される。

$$\max \min_{i=1,2,\cdots,k}\left\{\mu_{z_i}^L(\boldsymbol{x})\right\}$$

subject to

$$A\boldsymbol{x}\leq \boldsymbol{b},\boldsymbol{x}\geq 0$$

この問題は，最終的に，

maximize　λ

subject to

$$\lambda\leq \mu_{z_i}^L(\boldsymbol{x}),i=1,2,\cdots,k$$

$$A\boldsymbol{x}\leq \boldsymbol{b},\boldsymbol{x}\geq 0$$

を解いて得られる。

2.　解　法

（Step1）個々の目的関数 $z_i(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}$ の最適化問題を解く。

$$\text{minimize}\, z_i(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{x}$$

subject to

$$A\boldsymbol{x}\leq \boldsymbol{b},\boldsymbol{x}\geq 0$$

この問題の最適解を $\boldsymbol{x}_i^o$，目的関数値（最小値）を z_i^1 とする。個々の目的関数 $z_i(\boldsymbol{x})$ の最悪値と最良値を求める。最良値は，z_i^1 である。最悪値は，

$$z_i^0=\max\left(z_i\left(\boldsymbol{x}_1^o\right),\cdots,z_i\left(\boldsymbol{x}_{i-1}^o\right),z_i\left(\boldsymbol{x}_{i+1}^o\right),\cdots,z_i\left(\boldsymbol{x}_k^o\right)\right)$$

より求める。

（Step2）メンバーシップ関数 $\mu_{z_i}^L(\boldsymbol{x})$ を付図のように構成する。

（Step3）min－max 問題を解く。満足解 x_i^o とその時のメンバーシップ関数値 λ^O を求める。既に述べたように，２目的計画の場合には，λ^O は目的関数の最悪値からの改善率であり，２目的それぞれの改善率が等しくなるように求められる。