

# 児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する研究

——数と式の教材研究を通して——

平岡 賢治\*・野本 純一\*\*

## 1. はじめに

本研究は、児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりに関するものである。日常の授業で、児童・生徒が自主的に活動し、活発に授業に参加するのは、

- ・導入教材が日常生活やこれまでの授業で学習した内容を踏まえている
- ・導入問題が（十分に）理解できる内容を踏まえている

などの場面が多いことを経験している。これは、授業の導入で扱う教材や問題を児童・生徒の学習活動の視点に立って構成することが重要であることを示唆している。筆者達は Shulman, L. (1987) の教師の知識に関する研究、特に翻案 (transformation) の過程<sup>1)</sup> に着目し、研究を進めている。算数・数学の授業について、翻案の過程とは、教師が持つ数学的な知識や経験を用いて、学習者（児童・生徒）が教材を理解できるように推論（授業づくり）する過程のことをいう。この翻案の過程を授業づくりでは、

- ・児童・生徒の理解を促す過程
- ・児童・生徒が数学的知識を獲得する過程
- ・児童・生徒が数学的知識を活用する過程

の3つの過程に分割し、これらの過程における数学的活動を促す翻案の過程の具体化について考察する。

野本・平岡 (2020) は、これまでの研究 (平岡・野本 (2019, 2015)) を基に、児童・生徒

の数学的活動を促す授業づくりの際の翻案の過程を具体化について「教材の問題理解に関する方略」（以下「方略」と略記）を提案し、その有効性に関する研究を行った。中学校数学の図形に関する事例研究では、「方略」を基にした授業づくりは児童・生徒の数学的活動を促す授業で有効であることが示唆された。その中で、児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりの方法として、次の3つを顕在化した。

- ・具体的な操作活動が、児童・生徒の問題理解と問題解決につながる数学的活動を促すこと
- ・図形を具体的に作成する活動が、児童・生徒が図形を構成する要素やそれらの間の関係を見出す数学的活動を促すこと
- ・具体物による操作活動が数学的な知識と対比させながら数学的性質などを説明する活動を促すこと

本稿では、「方略」に基づいた授業づくりの有効性や児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりの方法の事例研究として、中学校数学と小学校算数の数と式の領域において、授業づくりと授業実践及びその考察を行う。

以下では、まず「方略」の概要を述べ、今回の授業づくりで取り上げる教科書の題材について、取り上げた意図と「方略」に基づく教材研究を行う。そして、授業実践を通して、「方略」に基づいた授業づくりの有効性や児童・生徒の

\* 広島経済大学教養教育部教授

\*\* 長崎県佐世保市立早岐中学校教諭

数学的活動を促す授業づくりの方法を顕在化する。

## 2. 教材の問題理解に関する方略

表1の「方略」は、筆者達の今までの研究や図1に示す中学校学習指導要領（平成29年度告

示）解説（以後は学習指導要領解説と記す）の算数・数学の学習過程のイメージを基に、算数・数学科の授業づくりにおける翻案の過程を具体化するための提案である。筆者達が提案する「方略」の3つの視点とねらいの概要は次のとおりである。

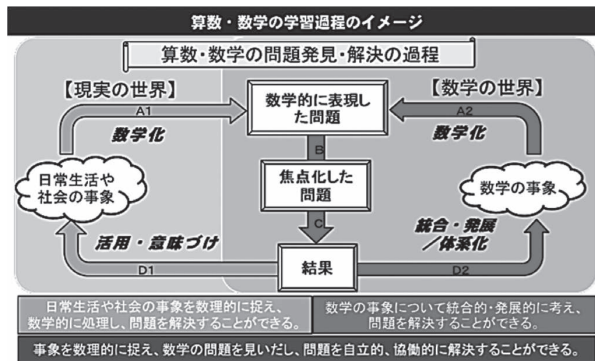


図1 算数・数学の学習過程のイメージ（学習指導要領解説より）

表1 教材の問題理解に関する方略（野本・平岡，2020）

<p><b>【視点1】</b> 児童・生徒が数学的な知識・概念や性質を構成することにつながる既習の知識や表現，イメージなどを引き出す問題場面をつくること</p> <p>○導入で扱う教材の問題場面では、</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 今までの学習で取り組んだことのある問題場面や表現を基に作り直すこと</li> <li>・ 既習の知識に関連するシンプルな教材を扱うこと</li> <li>・ 実生活につなげること</li> </ul> <p>などによって、児童・生徒が問題場面への関心や意欲を高めるとともに理解を深める教材を扱うこと</p>
<p><b>【視点2】</b> 児童・生徒が問題場면을数理的に捉える活動や，数学的な問題を設定したり，それを解決したりする活動を具体的にすること</p> <p>○問題場면을数学化する活動では、</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 具体的な操作</li> <li>・ グラフや表，図などによる表示</li> <li>・ 帰納的な考え方</li> </ul> <p>などの数学的活動を取り入れ，直観的思考などを働かせること</p> <p>○数学的に表現した問題を設定し，それを解決したりする活動では、</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 問題場면을数学化する活動で得られた結果と既習内容との関連</li> <li>・ 式などを使って表現することなどの数学的不変性の考察</li> </ul> <p>などを通して，操作活動や数学的な考察の結果を意識化し，図や式・言葉などにより，反省的思考を働かせ，数学的な問題を設定したり，それを解決したりすること</p>
<p><b>【視点3】</b> 児童・生徒が【視点1】・【視点2】での活動をさらに深めるために，発展的・統合的な問題場面などをつくり，問題場面から広がる数学的活動を具体的にすること</p> <p>○数学的活動をさらに深める場面では、</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 図形・式・数を数学的性質の不変性の視点から，学習内容の範囲を広げて考えること</li> <li>・ 一見違うと思われるものの中に不変性を見て，統合的に今までの学習内容を振り返ること</li> </ul> <p>などを通して，発展的・統合的な問題場面をつくることともに，一般化などの数学的活動を具体的にすること</p>

【視点1】は、児童・生徒の問題理解と問題解決などにつながる数学的活動を促す視点である。児童・生徒に数学的活動を促すために、授業において問題場面を設定するための導入問題、この問題を踏まえて児童・生徒が数学的表現に至る過程の判断などが教師の重要な役割である。

筆者達は、実際に本問題（または導入問題）について、今までの学習で取り組んだことのある問題場面や表現を取り入れたり、既習の知識に関連する単純化した教材を扱ったりすることで、多くの児童・生徒に問題理解と問題解決につながる数学的活動を促すことができた。

Cobb, P. and McClain, K. (1988) は、このことを「折り返し (folding-back)」という概念で説明している。Cobb らは Pirie, S. and Kieren, T. (1994) の「超越的再帰モデル」における「折り返し (folding-back)」の過程を、授業構成をデザインする枠組みとして捉えている。この「折り返し」の過程は、学習場面における問題の「イメージ」の共有や、既習内容と関連させ、それを振り返る活動などが学習者の問題理解・問題解決を支援することや、より複雑な問題に取り組む際の活動の基盤となることを説明している。このように、【視点1】は「方略」を基にした授業づくりにとって重要な視点である。

【視点1】における問題理解を図式化すると図2のようになる。

【視点2】は図1の数学化による数学的に表現した問題、焦点化した問題、結果に至る活動に関する視点である。

数学化について、学習指導要領解説によれば、日常生活や社会の事象の数学化では、「現実世界の事象を考察する際に、目的に応じて必要な観点をもち、その観点から事象を理想化したり抽象化したりして、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して数学の舞台にのせて考察しようとする事」(p. 23-24)、また、数学の事象の数学化では、「数学的な見方・考え方を働かせ、数量や図形及びそれらの関係などに着目し、観察や操作、実験などの活動を通して、一般的に成り立ちそうな事柄を予想すること」(p. 24) としている。

また、数学化から数学的に表現した問題ならびにその結果に至るまでには、活動や操作の結果を意識化し、図や言葉などにより、反省的思考（例えば、Wittmann, E. (1981)）などを働かせ、数学的な問題を設定し、それを解決したり、構成したりすることが大切である。

反省的思考について、小山 (1991) は、「反省的思考とは、学習者が自らの無意識的な活動や操作に注意を向け、それらやその結果を意識化して、図や言葉によって表現することを目的とする思考である。」(p. 27) と規定している。この規定から分かるように、反省的思考の前と後では、操作活動と図や言葉による表現のよう

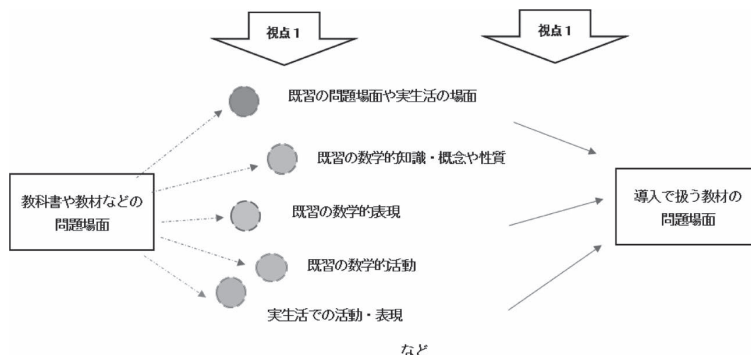


図2 【視点1】における問題理解のイメージ

に思考の相が異なる。筆者達の授業づくりにおいても、思考の相が異なるような導入教材や問題について教材研究を進め、児童・生徒の数学的活動の思考の相をより明確にすることができた。

そこで、筆者達は図1の数学化から結果までの過程を反省的思考の観点から、

- ・問題場면을数学化する活動
- ・数学的に表現した問題を設定し、それを解決したり、構成したりする活動

の2つに分けることとした。これが表1の【視点2】である。

【視点3】は図1の統合・発展／体系化、活

用・意味づけの活動に関する視点である。問題の条件や仮定を見直したり、共通する性質を発見したりすることを通して、数量や図形などの性質を統合的・発展的に考察することができる。S. I. ブラウン・M. I. ワルター (1990) の「～でなければ、どうなるか (What if not?)」という方略を用いて、もとの問題状況の属性・条件を変更し、新しい問題を設定することができる。これが、表1の【視点3】である。

【視点2】と【視点3】における教材の問題理解の図式化が図3である。

筆者達は、図4のように「方略」を基にした教材から授業への翻案の過程を、事例を通して

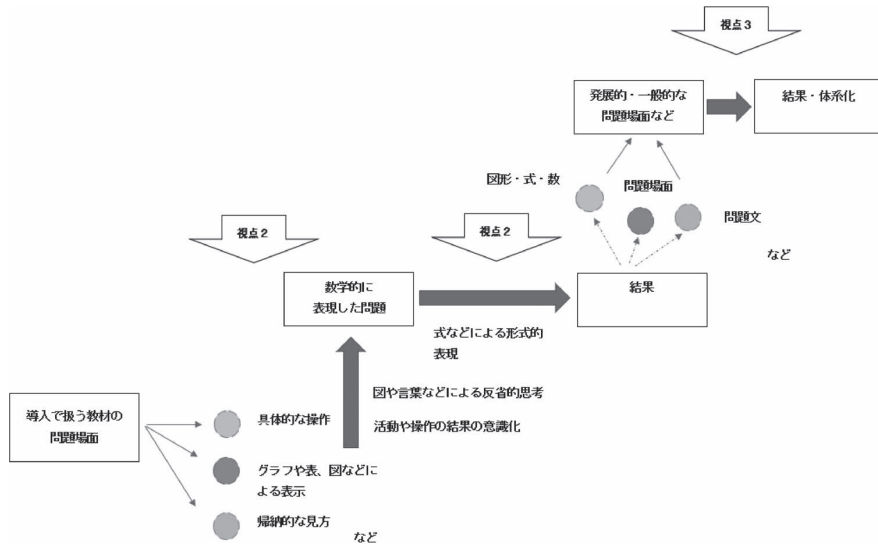


図3 【視点2】と【視点3】における問題理解のイメージ

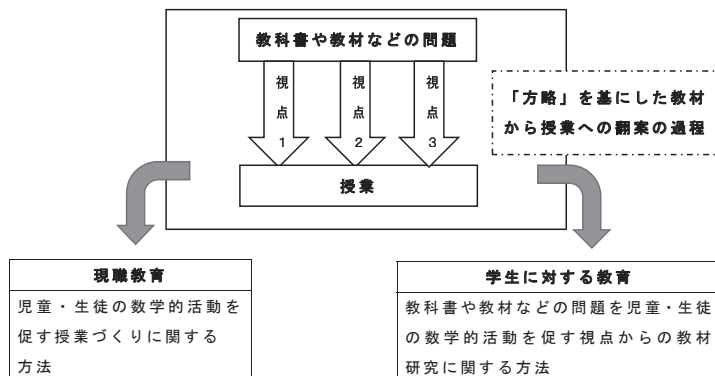


図4 「方略」を基にした授業づくりの流れについて

具体化し、授業実践を行っている。ここでは、これらの授業を通して、「方略」の有用性について考察する。さらに、授業実践を通して、現職教育における、児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりの方法や、学生に対する教育における教材研究に関する方法の顕在化を目的としている。

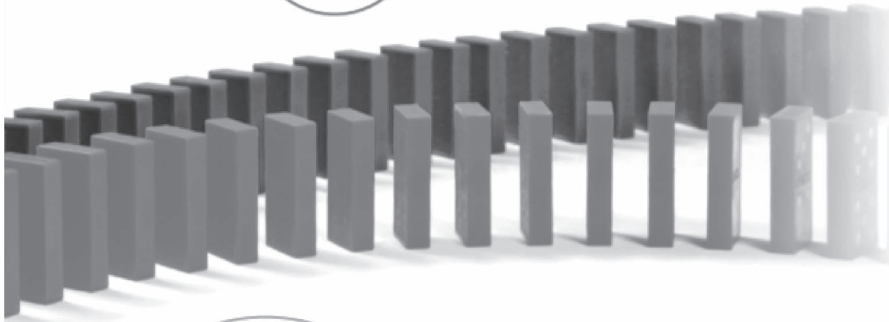
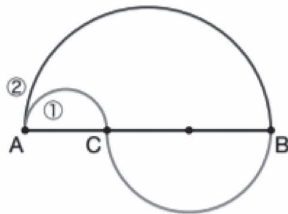
3. 具体的事例—どちらの長さが長い？  
(小学校6年・中学校1年)—

図5は、中学校3年生の多項式の単元の導入問題である。文字を使う必要性や有用性を感じ

させることをきっかけとして、文字式の学習に入る。この問題はこの単元に限って扱うだけでなく、広く小学校高学年や中学校1・2年生の文字式の学習などで扱うことができる。円の半径や直径を実測したり、これらを計算したりすることで問題の解決を小学校段階に位置づけることができる。中学校段階では、再度この問題に取り組みせ、文字式を利用して解決することができる。このように、同じ問題を継続的に扱うことで、より定式化された問題解決の方法を認識したり、条件や仮定を変更することによる問題場面の発展を意識したりすることになる。

**Q** 考えてみよう

下の図で、①はACを直径とする半円とCBを直径とする半円をあわせたもので、②はABを直径とする半円です。  
 線分ABの長さは240cmで、CはABを3等分する点のうち、Aに近いほうの点です。このとき、①と②の長さを比べてみましょう。



Cが線分ABを2等分する点のときや4等分する点のときはどうか？

さくらさん

ゆうとさん

線分ABの長さが240cmではなかったら、どうなるのだろう。

点Cの位置や線分ABの長さをいろいろ変えると、①と②の長さの関係はどうなるでしょうか。文字を使って考えてみましょう。

図5 東京書籍 新編 新しい数学3 (p.9)

田中（2008）は、小学校の緑表紙の教科書に続く中学校数学第一類の教材の研究を通して、共通な教材を同じような問題場面で扱う意義として、

- ・ 同じ問題に対して異なる解決方法を用いることで方法自体が洗練されることを感得できること
- ・ 条件・仮定を変更することにより豊かな数学的内容の出現を意識できること
- ・ 実験・実測が用いられることによって数学的表現や結論を再吟味できること

などがあると述べている。このように、同じ教材を継続的に扱うことは児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりにおいて、既習の数学的知識を活用することができる意味で重要である。そこで、この円周の長さを求める問題を小学校6年生と中学校の課題学習として取り組むこととした。以下の「方略」による教材研究では、小学校の児童への授業づくりに関する教材研究を掲載している。

### 3.1 「方略」による教材研究

#### 【視点1】

既習の知識に関連する操作活動や問題場面を通して、それぞれが学んできた内容やそのとき獲得した知識を想起するきっかけを設定する。導入場面で扱う教材を通して、本時の問題を理解し、既習の数学的知識や性質から新たな数学的知識や性質を導き、さらに数学的な視点で考える場面を授業で共有することが重要である。

本題に入る前に、長さについて確認すること

が大切である。例えば、次の図のようなテープを提示し、これを2等分すると、もとの長さと切った2つの長さの和は等しくなることを確認する。また、図6のテープ図を用いることで数の分割とその和で説明することができる。これまで児童は加減乗除の学習でテープ図を使った学習に取り組んでおり、既習の操作活動の場面として活用できる児童も多い。

このとき、

- ・ 切った2つの長さを足すと、全体の長さと同じになる。
- ・ テープを2等分したから、全体の長さはその2倍の長さになる。

だから、切った2つの長さを足した長さと全体の長さは同じである。

などのような気づきは発表させ、長さが等しくなることや2等分することの意味を確認する。これらの確認は操作活動を数値で表現することになり【視点2】におけるテープの分割と合成の活動につながる。

次に、2等分ではなく、テープ図上の任意のところでテープを切ったとき、もとの長さと切った2つの長さの和は等しくなることを確認する。実際、1つではなく、いろいろな場合にテープ図を切るなどして、このことを確認する。この確認を行う理由は、任意のところでテープを切るとはどういうことかを納得させたいからであり、この確認もテープの分割方法を変化させることは発展的・統合的な問題場面になり、【視点2】・【視点3】における活動につながる。



図6 テープ図

[視点 2]

○問題場면을数学化する活動

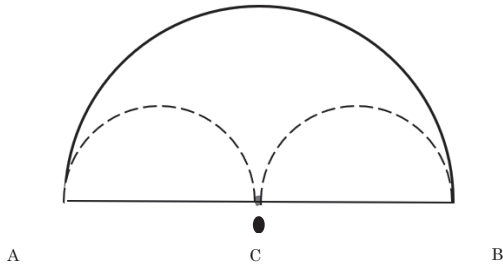


図7 3つの半円の図

次に、図7のように線分 AB の中点 C を取り、AB、AC、CB を直径とするそれぞれの半円を考えさせる。児童には、[視点 1] でテープ図を線分図で考えることにより、長さにおける関係を類推することができる。例えば、上の図で

- ・点線の半円の直径の長さは太線の半円の直径（線分 AB）の長さの半分である。
- ・点線の半円の周の長さを 2 倍したものが太線の半円の周の長さになるだろう。

などの見通しをもつことが期待できる。

さらに、実際に計算を行い、太線の半円の周の長さと点線の半円の周の長さの 2 倍との関係を調べる。例えば、太線の半円の周の長さを 12 cm とした場合、

太線の半円の周の長さは、 $12 \times \pi \times \frac{1}{2} = 6\pi$  となる。また、点線の半円の周の長さの 2 倍になることは、

点線の半円の直径  $12 \div 2 = 6$

点線の半円の周の長さ  $6 \times \pi \times \frac{1}{2} = 3\pi$

点線の半円の周の長さの 2 倍  $3\pi \times 2 = 6\pi$

となり、太線の半円の周の長さと点線の半円の周の長さの 2 倍の長さは同じになることを確かめることができる。

次に、点 C の点 (●) が線分 AB の中点ではなく、線分 AB 上の任意の点の場合、図8のように実際に図をかき、先ほど調べたことが成り立つかどうか調べる。

例えば、線分 AC の長さが 8 cm で、線分 CB の長さが 4 cm の場合、

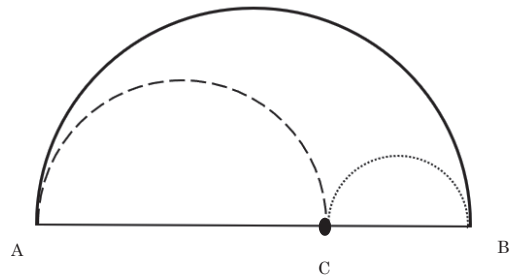


図8 点 C が線分 AB 上の任意の点の場合の 3 つの半円の図

点 C が中点であるときの解き方を類推して解くことが可能である。実際、

線分 AC を直径とする半円の周の長さ

$$8 \times \pi \times \frac{1}{2} = 4\pi$$

線分 CB を直径とする半円の周の長さ

$$4 \times \pi \times \frac{1}{2} = 2\pi$$

であるから、2つの半円の周の長さの和は、 $4\pi + 2\pi = 6\pi$  となり、太線の半円の周の長さと同じになる。

○数学的に表現した問題を設定したり、それを解決したりする活動

以上の考察から、

「点 C が線分 AB 上にあるとき、2つの半円の周の長さの和と太線の半円の周の長さは同じになるのではないか？」…※

という新たな問題場면을設定することを促すことができる。

そして、この問題が成り立つかどうかを調べるために、点 C が任意の点の場合について、クラスで分担して図をかいて、実際に円の周の長さを計算する。そして、これらの値が一致することを確認することで、問題が成り立つと考えることが可能である。これは計算した結果からのまとめである。

一方で、いくつか計算した式を対象化して、上記のことが成り立つことを示すこともできる。例えば、線分 AC の長さが 8 cm で、線分 CB の長さが 4 cm の場合、2つの半円の周の長さの和の式は、

$$8 \times \pi \times \frac{1}{2} + 4 \times \pi \times \frac{1}{2} = 6\pi$$

であるが、それぞれの半円の直径に着目すると、この式は括弧でまとめた場合、 $(8+4) \times \pi \times \frac{1}{2} = 6\pi$  と表すことができる。別の例として、線分 AC の長さが 7 cm で、線分 CB の長さが 5 cm の場合も、2つの半円の周の長さの和の式は、括弧でまとめると、

$$(7+5) \times \pi \times \frac{1}{2} = 6\pi$$

になり、「点 C が線分 AB 上にあるとき、括弧の中は12になる。すなわち、点 C が線分 AB 上にあれば、2つの半円の周の長さの和と太線の半円の周の長さは同じになる」と数学的な表現で説明することもできる。

また、児童によっては、○や□などを使って示すことも可能である。

線分 AC の長さが ○ cm、線分 CB の長さが □ cm の場合、2つの半円の周の長さの和の式は、

$$(\bigcirc + \square) \times \pi \times \frac{1}{2}$$

である。○+□=12であるから、

$$12 \times \pi \times \frac{1}{2}$$

だから、※のことが言えるというように説明することができる。

[視点3]

図9のように、線分 AB を3等分したり、3つの線分に分けたりした場合についても、※のことが言えるかどうかについて考察することが考えられる。

例えば、右図の場合について、類推的な考え方を使って[視点2]と同様な活動から、上記のことを示すことができる。

実際、線分 AC の長さが ○ cm、線分 CD の長さが □ cm、線分 DB の長さが △ cm の場合、3つの半円の周の長さの和の式は、

$$(\bigcirc + \square + \triangle) \times \pi \times \frac{1}{2}$$

である。○+□+△=12であるから、

$$12 \times \pi \times \frac{1}{2}$$

だから、※のことが言えるというように説明することが可能である。

また、帰納的な考え方などを用いながら、「10等分とか、9つの線分に分けるとか、どのように分けたとしても、括弧の中は12になるから、※のことが言える」というような考えをもつことも期待する。

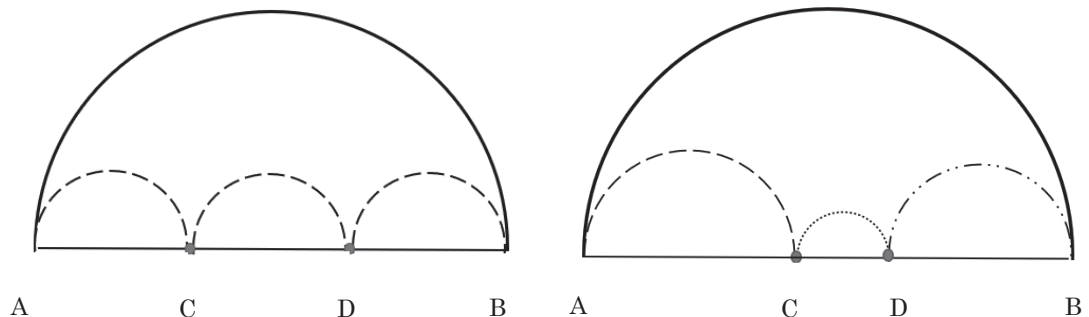
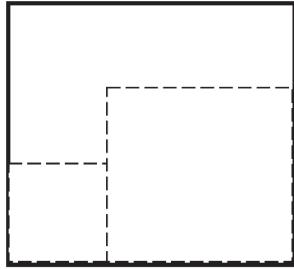


図9 4つの半円の図





A C B

図10 正方形の図

発展的な問題として、図10のように、半円の周の長さではなく、正方形の周の長さの場合に変えた場合は※のことが言えるかどうかを考察

することも考えられる。

3.2 「方略」による教材研究を基にした指導案の略案と児童・生徒の様子

①「方略」による教材研究を基にした指導案の略案

表3の中学校の指導案は、表2の小学校の指導案を行った後に実施している。

②児童・生徒の様子

・小学校

授業を担当したクラスは、算数が苦手な児童が多いということなので、円周率を3として考えさせることにした。テープ図による既習事項

表2 小学校の指導案の略案

学 習 活 動	
<p>0. 本時のねらいにつながる学習事項を確認する。 ※2等分だけでなく、テープ図上の任意のところでテープを切ったときも確認する。</p>	<p><b>問題0</b> テープを2等分したとき、もとの長さと切った2つの長さを足した長さはどちらが長いだろうか？</p>
<p>1. 本時のめあて（問題1）をつかむ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>&lt;めあて&gt; ①の長さと②の長さはどちらが長いかわ調べてみよう。</p> </div>	<p><b>問題1</b> 右のような図のとき、①の長さと②の長さはどちらが長いだろうか？</p>
<p>2. 方眼紙に上の図をかき、①の長さと②の長さはどちらが長いかわ調べる。 ※①の半円の直径を12cmとする。[個人→ペア→一斉]</p> <p>3. ●の点が①の半円の直径の中心にない場合、①の長さと②の長さはどちらが長いかわ調べる。 ※ペアまたは班別に●の点の位置を決め、方眼紙に図をかき、どちらが長いかわ調べる。[個人→ペア→班→一斉]</p> <p>4. 2・3の活動の気づきを、言葉や□などでまとめる。[個人→ペア→班→一斉]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>&lt;まとめ&gt; ●の点を①の半円の直径のどこに決めても、①の長さと②の長さは変わらない。</p> </div>	<p><b>問題2</b> 下のような図のとき、①の長さと②の長さは同じになるだろうか？</p>
<p>5. 問題2のように条件を変えても、&lt;まとめ&gt;が成り立つかどうか調べる。 ※自分で直径を3つにわけ、①の長さと②の長さが同じになるかどうか計算したり、式を分析したりする。 [個人→ペア→一斉]</p>	

の確認をすることで、多くの児童は線分図で表現する半円の問題に対しても、「小さな半円の長さを2倍したら、大きな半円の長さと同じになればよい」のような気づきをスムーズに出すことができた。

また、方眼紙のプリントに半円の図をかいて半円の周の長さを計算し、その結果をペアや班で確認する時間を十分にとったので、多くの児童は児童なりに理解を伴いながら解決することができた。図11は低学力の児童がかいた図と計算の過程である。この児童は最初から諦め気味な感じだった。しかし、他の児童の素朴な気づきや数値による操作の時間を十分にとったので、徐々に問題の意味を理解し、図11のように、この児童なりに解決することができた。

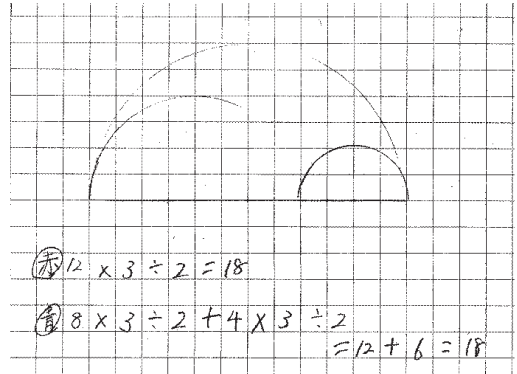


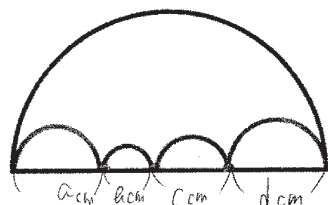
図11 児童の解答例

・中学校

小学校同様、テープ図による既習事項の確認をすることで、半円の問題に対してもスムーズに学習に臨むことができた。また、大きな半円の直径の長さを二等分する場合などについて、

表3 中学校の指導案の略案

学 習 活 動	
<p>0. 半円の直径を2つに分けた場合の振り返りをする。</p> <p>1. 本時のめあて（問題1）をつかむ。</p>	<p><b>問題1</b></p> <p>右のような図のとき、 ①の長さ②の長さは同じになるだろうか？</p>
<p>&lt;めあて&gt; 条件を変えた場合も、①の長さ②の長さは同じになるか考えてみよう。</p>	
<p>2. 自分で①の半円の直径の長さを3つにわけ、①の長さ②の長さが同じになるかどうか計算したり、式を分析したりする。 [個人→ペア・一斉]</p> <p>3. どのような場合でも成り立つことを示すために、文字を使って説明する。 [個人→ペア・一斉]</p> <p>4. 問題2のような条件のように、直径を4つに分けた場合、①の長さ②の長さが同じになるかどうか、計算したり、式を分析したりするなどを通して、結論を出す。 [個人→ペア・班・一斉]</p> <p>5. 本時のまとめをする。次への発展につなげる。 [一斉]</p>	<p><b>問題2</b></p> <p>下のような図のとき、 ①の長さ②の長さは同じになるだろうか？</p>
<p>&lt;まとめ&gt; ①の半円の直径の長さをいくつに分けたとしても、①の長さ②の長さは変わらない？</p>	



$$\textcircled{赤} (a+b+c+d) \times \pi \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{a+b+c+d}{2} \pi$$
  

$$\textcircled{青} a \times \pi \times \frac{1}{2} + b \times \pi \times \frac{1}{2} + c \times \pi \times \frac{1}{2}$$

$$+ d \times \pi \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{a}{2} \pi + \frac{b}{2} \pi + \frac{c}{2} \pi + \frac{d}{2} \pi$$

$$= \frac{a+b+c+d}{2} \pi$$

図12 生徒の解答例

多くの生徒が具体的な数値による計算をいくつか行い、数学的な関係を理解するとともに、その数学的な関係を数値による操作と文字を使った式による数学的处理を対応させながら定式化することができた。

このような活動を十分に時間をとって取り組んだので、図12のように、大きな半円の直径の長さを4つにわける場合も、生徒自ら各線分の長さを文字で表し、文字式の計算を通して、2つの長さは同じであるという結論を出すことができた。

また、生徒の中には、「 $\frac{a}{2} \pi + \frac{b}{2} \pi + \frac{c}{2} \pi + \frac{d}{2} \pi$  は、括弧でくくると、 $(a + b + c + d) \times \pi \times \frac{1}{2}$ となる。だから、大きな半円の直径の長さを5つに分けても、 $(a + b + c + d + e) \times \pi \times \frac{1}{2}$ となるんだから、どんな場合でも、括弧の中の合計は大きな半円の直径の長さと同じ。」と発表が出てきた。そこで、その意味について共通理解を図り、授業を終えた。

#### 4. おわりに

本稿では、筆者達が提案する「教材の問題理解に関する方略」を基にした児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりを中学校数と式の題材で取り組んだ。

小学校の事例にあるように、具体的な数値による図を書かせたり、半円の周りの長さを計算

させたりするなど、児童の既習の数学的知識を促すことで、児童は問題の意味を次第に理解できるようになった。また、数値による操作を十分に取り組んでいるので、言葉や□などで数学的な関係を捉えることについても、具体的な数値の場合に戻って考えることができ、児童の既習の数学的知識を授業としての数学的知識につなげることができた。

そして、中学校の事例にあるように、問題から派生した新たな問題を解くことにより、問題場面における数量の関係を式に表すことに慣れていき、中学校3年生で学習する問題についても、具体的な数値の場合と対比しながら解決することができた。以上から、「方略」を用いた授業づくりは、児童・生徒の数学的活動を促す授業を行う上で有益であることが示唆される。

また、今回の授業づくりを通して、児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりの方法として、

- ・数値による操作を幾つか行う活動が、児童・生徒が問題場面を構成する要素やそれらの間の関係を見出す数学的活動を促すこと
- ・数値による操作と文字を使った式による数学的处理を対応させることが、児童の既習の数学的知識を授業としての数学的

知識につなげることを促すこと  
 ・類似な問題を幾つか解く活動が、問題場面における数量の関係の一般化を見出す  
 数学的活動を促すこと

という方法を顕在化することができる。これらは他の問題でも十分に活用されるものである。

いわゆる Van Hiele, P. M. (1986) の「方法の対象化」や一般化について、児童・生徒は一事例の問題解決を通して、方法の対象化や一般化ができるわけではない。児童・生徒は当面の問題解決をただけである。したがって、似たような問題場面を設定し、問題解決をすることで、数値による操作の類似性などの児童・生徒の洞察から方法を対象化したり、一般化したりするように授業を仕組んでいく必要がある。

今後、小学校や中学校の教科書の問題を中心に、「方略」を基にした児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりやその方法の顕在化に取り組んでいきたい。

### 注

- 1) Shulman, L. (1987) の「翻案」の詳細について、徳岡 (1995) に詳しく掲載されている。

### 引用・参考文献

- 小山正孝 (1991), 「数学の理解の過程を解明するための理論的枠組み」, 『日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 24, pp. 25-30.  
 田中義久 (2008), 「『数学 第一類』における問題場面が共通な教材に関する事象の数学化の視点からの分析」, 『日本数学教育学会誌』, 90(1), pp.

12-25.

- 徳岡慶一 (1995), 「pedagogical content knowledge の特質と意義」, 『教育方法学研究』, 21, pp. 67-76.  
 野本純一・平岡賢治 (2020), 「児童・生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する研究(1)―「教材の問題理解に関する方略」を基にした中学校図形の教材研究を通して―」, 『日本数学教育学会秋期研究大会発表収録』, 53, 投稿中  
 平岡賢治・野本純一 (2019), 「生徒の数学的活動を促す授業の教材研究に関する研究―教科書の問題理解に関する方略の視点から―」, 『広島経済大学研究論集』, 42(2), pp. 17-26.  
 平岡賢治・野本純一 (2015), 「Shulman の「翻案」を取り入れた数学科の授業づくりに関する考察―授業におけるインフォーマルな活動に視点をあてて―」, 『日本数学教育学会秋期研究大会発表収録』, 48, pp. 459-462.  
 藤井齊亮ほか (2016), 『新編 新しい数学3』, 東京書籍  
 S. I. ブラウン・M. I. ワルター著/平林一榮監訳 (1990), 『いかにして問題をつくるか―問題設定の技術―』, 東洋館出版社  
 文部科学省 (2018) 「中学校学習指導要領解説 (平成29年告示) 数学編」, p. 23.  
 Cobb, P. and McClain, K. (1998), The role of imagery and Discourse in Supporting Student's mathematical development, In Lampert, M. and Blunk, M. L. (eds), *Talking mathematics in school: Studies of Teaching and Learning*, (pp. 56-81), NY: Cambridge University Press  
 Pirie, S. and Kieren, T. (1994), Growth in mathematical Understanding: How can We Characterise it and How can We Represent it?, *Educational Studies in Mathematics*, 26, pp. 505-528.  
 Shulman, L. (1987), Knowledge and teaching: Foundation of New Reform. *Harvard Education Review*, 57(1), pp. 1-22.  
 Van Hiele, P. M. (1986), *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*, Academic Press  
 Wittmann, E. (1981), The Complementary Roles of Intuitive and Reflective Thinking in Mathematics Teaching, *Educational Studies in Mathematics*, 1981, 12, pp. 389-397.