広島経済大学研究論集
第42巻第２号　2019年11月
http://dx.doi.org/10.18996/kenkyu2019420202

生徒の数学的活動を促す授業の教材研究に関する研究
――教科書の問題理解に関する方略の視点から――

平岡　賢治*・野本　純一**

1.　は　じ　め　に

われわれ数学教師は授業を通して，

① 生徒に数学的な見方・考え方を身につけさせ
② 生徒の問題理解を通して生徒に数学的活動ができる環境を提示し
③ 生徒が数学的に考える資質・能力を育む

ことができるように取り組んでいる。中でも，日々の授業の中で生徒に数学的活動を促す授業を実践することが第一であると考えている。

数学的活動を促す授業は，久保（2013）が類型化した授業タイプ[1)] の中で，基づけば，次の３つの授業タイプに該当すると考えることができる。

- 教師が問題を提示し，意図的に教師が問いかけ，解決すべき課題を明確にし，教師のはたらきかけと子どもの考えによって問題の解決がなされる授業【問題解決型収束タイプ】
- 教師が問題を提示し，子どもの疑問や考えを中心に授業を進められ，時として教師の意図により授業の目標からそれることもあるものの，問題の解決がなされていく授業【問題解決型発散タイプ】
- 教師と子どものやりとりを通して問題が設定され，子どもの考えを中心に授業が進められるが，時としてその１時間では教師の意図した方向には収束しないこともある授業【学習者主導タイプ】

久保（2013）が中学校教師に行った調査によれば，多くの教師は上記の授業タイプを理想としながらも，これらを日々の授業で実践できない実態も明らかになっている。その要因の１つとして，教師自身の数学の指導力に問題があると捉えている教師も多いことが挙げられている。現実には，教師が思ったように数学的活動を促す授業展開ができていないことも明らかにしている。

生徒に数学的活動を促す授業を行うことが難しい大きな理由の１つとして，導入の問題場面における教師と生徒の問題に対する意識や理解に大きな乖離がある。授業の導入時や展開の場面で扱う問題や学習内容が，教師にとって前時までの授業の簡単な延長として考えていたり，数学的に平易なものであると考えていたりしても，実際には生徒はその内容や意味が理解できず，結果として問題解決の方略を見つけられないまま授業が展開されていることがよくある。例えば，ウィケルグレン（1980）は，問題解決の視点から，「偶数 n を整数 m を用いて表すと，n ＝2m となるが，これは，偶数という言葉の中に直接的には示されていない。このことは，子どもの既習内容である記憶によって導くことになる」と述べている。

このように，生徒に数学的活動を促す授業では，導入において既習内容と関連づけた簡単な

*　広島経済大学教養教育部教授
**　長崎県佐世保市立東明中学校教諭

計算や操作活動などを通して，既習内容を学習したときの関連した内容や問題の理解に既習内容を活用することに気づいたりすることが大切になる。

次に，授業の展開では，導入においてこのような数学的活動を通して，授業におけるいろいろなコミュニケーション活動から数学的な方法を学級全体で共有し，問題解決の過程を通して新しい数学的概念や性質などについて学習することになる。その過程では，Wittmann（1981）の言うように，生徒は今までの活動の反省を促したり，既習内容の事例を生かし数学的言語や記号を活用したりする。したがって，教師にはそのような学習場面や学習過程を設計することが求められる。

以上の課題意識をもとに，筆者たちは「教師が数学的活動を促す授業づくりを行う際に必要な教材研究力とは何か？」を研究課題とし，平岡・野本（2017a）はそれらを次のように位置づけた。

○教材・問題場面から数学的な概念や性質などに至るまでの過程を生徒の数学的活動の視点から具体的に表現すること
○授業のねらいである数学的な概念や性質などを構成することにつながる生徒の既習の数学的知識を促す学習場面や学級で新しい数学的概念や性質などを構成していく学習過程を設計すること

上記の教材研究力を具体的にするために，「教科書の問題理解に関する方略」を提案し，視点のモデル化を行った。また，この方略を基にした中学校数学「数と式」の領域の教材研究とその実践を行い，「教科書の問題理解に関する方略」の有効性や教材研究力の具体化に取り組んだ（平岡・野本，2015a，2015b，2015c，2017a，2017b）。

その結果，上記の教材研究力を具体的にしたものとして，次の３点を顕在化することができた。

・問題場面を単純化し，生徒の直観的な理解やイメージを引き出すこと
・具体的な数値による計算を幾つか行い，問題を理解すること
・数値による操作と文字を使った式による数学的処理を対応させること

本稿では，「教科書の問題理解に関する方略」の概要について述べた上で，この方略を基にした中学校数学「図形」の分野における教材研究を通して，方略を用いることの有用性を述べるとともに，上記の教材研究力を具体化することを目的とする。

2. 教科書の問題理解に関する方略

副題の「教科書の問題理解に関する方略」において，最初に教科書と表現した理由は，授業づくりを行う際の主たる教材が教科書の問題を扱うことを考えているからである。

教師は，教科書で扱われる内容や問題の知識だけでなく，生徒が数学的概念や性質などを構成する過程を理解する方法を考えることが必要である。その理解を基にした授業づくりの方法の理論化（Remillard，2009）を図ることが，生徒の数学的活動を促す授業づくりに適用できると考え，「教科書の問題理解に関する方略」を提案した。

本稿では，上記の教材研究力との関連を明確にするために，この方略を表１のように修正し，新たに提案する。

視点１・視点２については，本研究では数学的活動を理解する前提として，平岡・宮内（吉田）（2006）の表２の「算数・数学的活動を促す５段階」や図１の「算数・数学的活動の視点

表1　教科書の問題理解に関する方略

教材・問題場面から数学的な概念や性質などに至るまでの過程を生徒の数学的活動の視点から具体的に表現することに関する方略

視点1　数学化[2)]

具体的な事象を数理的に捉える活動に関する視点であり，
- 具体的な操作
- グラフや表，図などによる表示
- 帰納的な考え方

などの数学的活動を取り入れること

視点2　定式化[2)]

数学的な課題を設定する活動に関する視点であり，
- 数学化で得られた結果を既習内容との関連
- 式を使って表現することなどの数学的不変性の考察

などを通して，数学的概念や性質などを構成すること

生徒の既習の数学的知識を促す学習場面や，学級で新しい数学的概念や性質などを構成していく学習過程を設計することに関する方略

視点3　授業づくり

生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する視点であり，
- 授業のねらいである数学的な概念や性質などを構成することにつながる生徒の既習の数学的知識を促す学習場面の設定
- 今までの活動の反省を促したり，既習内容の事例を生かし数学的言語や記号を活用したりする学習過程の設計

などを通して，学級文化としての新しい数学的概念や性質などを構成していく学習過程を設計すること
過程を設計すること

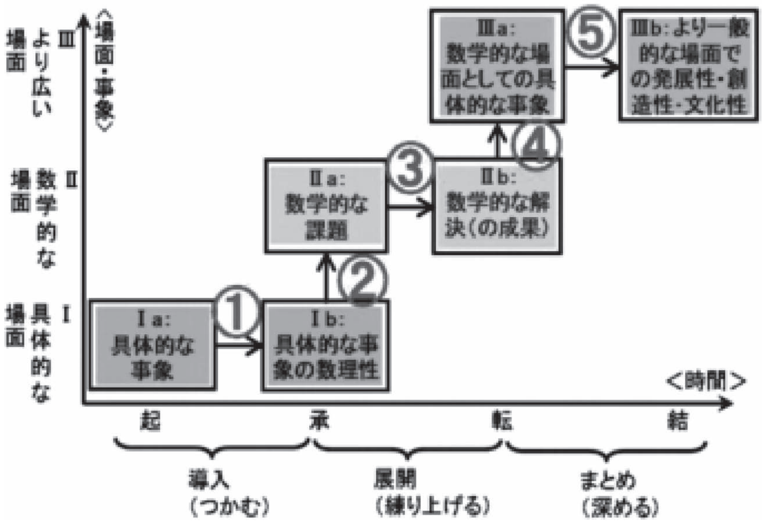


図1　算数・数学的活動の視点にたった授業理解の枠組み（平岡・宮内，2006）

に立った授業理解の枠組み」を基にしている。

これらの枠組みは，教師の授業力向上を支援するための算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み（平岡・宮内，2006）である。

表2の「①数学化の活動」や「②定式化（課題の設定）の活動」の段階では，具体的な事象

表２ 算数・数学的活動を促す５段階（平岡・宮内，2006）

①	数学化の活動 具体的な場面における問題の数学化（具体的な事象を数理的に捉える）活動
②	定式化（課題の設定）の活動 具体的な事象を数学的に定式化（数学的な課題を設定する）活動。理想化・単純化・理念化ともいえる。
③	考察・処理の活動 既習の知識や数学的な考え方を基にした数学的な考察・処理活動
④	反省・適用・応用の活動 数学的な思考過程や数学的に得られた事柄をより一般的な場面において反省したり（振り返ったり），適用したり，応用したりする活動
⑤	発展・創造・文化の享受の活動 さらなる数学的な方法の広がりを導く発展的・創造的な活動，論理的体系性をもった数学文化を享受する活動

を数理的に捉える活動や数学的な定式化の活動である。言い換えれば，具体的な事象を数学的な課題に翻訳する活動である。ここでは，生徒が「学習の目標」や「活動の方向性」を認識する場面ででであり，教師の役割が不可欠であるという指摘（Hiraoka and Yoshida-Miyauchi, 2007）がある。

教師はただ単に教科書の課題を提示し，問題解決をしていくのではなく，生徒の既習の数学的知識や数学的活動を促す場面設定を行うことなどが求められる。これらの活動場面を生徒の数学的活動の視点に基づいて具体化することが，生徒の数学的活動を促す授業づくりにとって大切であると考え，視点１・視点２を提案した。

視点３について，本研究では，オランダの Realistic Mathematics Education（RME）理論を基にした教授デザイン（Gravemeijer, 1997など）などを参考にした。RME 理論を整理すると，次のようにまとめることができる。

・生徒が数学化を意識化させようとする働きや教師による支援，生徒間の相互作用などを通して数学を構成していること
・インフォーマルなモデル（表現）である model-of やフォーマルなモデル（表現）である model-for という概念を導入していること
・モデルの対象化やモデルの役割の転換が数学の学習の本質であり，model-for のベースとなる model-of を認識し，それらを生かしていること

筆者たちは，RME 理論の言う model-of を促す場面設定や教師や生徒間の相互作用などが，生徒の数学的活動を促す授業にとって大切であると捉え，具体的事例の考察から視点３を提案した。

上記の教材研究力を「教科書の問題理解に関する方略」をもとに，図２のように具体的にモデル化し，「生徒の数学的活動を促す授業づくりにおける教師の視点に関するモデル」と呼ぶこととした。

図２のモデルのように，教師は教科書の学習場面を視点１・視点２を基に生徒の数学的活動の観点から具体的に理解する。そして，その理解と視点３を基に学級で新しい数学的概念や性質などを構成していく学習過程などを設計することで，生徒の数学的活動を促す授業づくりがより有意義になると考えている。

筆者たちは上記①，②の知識を具体的にするために，表１の「教科書の問題理解に関する方略」（以下「方略」）を提案し[1)]（平岡・野本, 2015a, 2015b, 2015c），授業づくりとその実践を通して，その知識の顕在化に取り組んでいる。

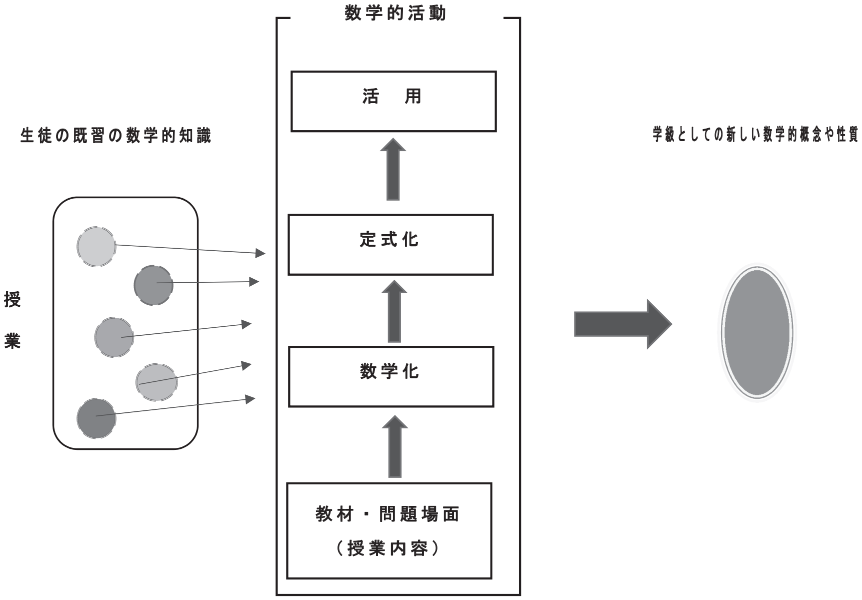


図２　生徒の数学的活動を促す授業づくりにおける教師の知識に関するモデル

3.　具体的事例―平面図形（中学校１年）―

本稿で扱う中学校数学科の教科書は，筆者の一人が日頃の授業に用いている。

これは提示された銅鏡の一部から，もとの銅鏡の形が円であることを理解して，その円を作図する問題である。円には中心があること，これまでの学習では円の中心を求めてきたことを想起することが大切になる。この問題の理解とその数学化は円であること，円の中心を求める作図方法を考えることに場面を転換させることになる。学級全体でこのことを共有できるかどうかが需要として大変重要になる。前節の「教科書の問題理解に関する方略」の視点としては，次のような具体的な教材研究を考えることができる。


例２　左の図は，銅鏡の一部です。
もとの銅鏡の形を円とみて，
その円を作図しなさい。

考え方　弦の垂直二等分線は円の
対称の軸であり，円の中心を通る。
このことを利用して，まず，
円の中心を求める。

左の図で，考え方をもとにして，
円の中心を求め，その円を
作図しなさい。

B

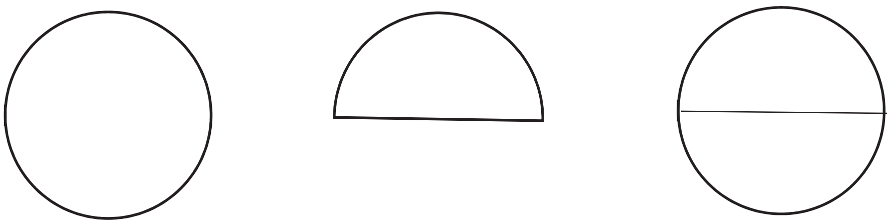
東京書籍　新編　新しい数学１（p. 162）

視点１　数学化

銅鏡が円の一部であることを理解する方法として，次のような導入を考えることができる。銅鏡の破片を印刷し，生徒に配布する。これらを使って銅鏡の一部を作る操作活動を行わせる。このような活動を通して，銅鏡が円の一部であることを学級で共有できるようになることが問題理解にとって大変重要である。銅鏡のかけらから円の一部を作り出す操作活動によって，考える対象が銅鏡の一部である具体物から円の一部という数学的題材に変わる。このことは，学級全体での問題の数学化と同時のその理解を促し，銅鏡の復元の問題は円の作図に関する数学的問題に翻訳されることになる。

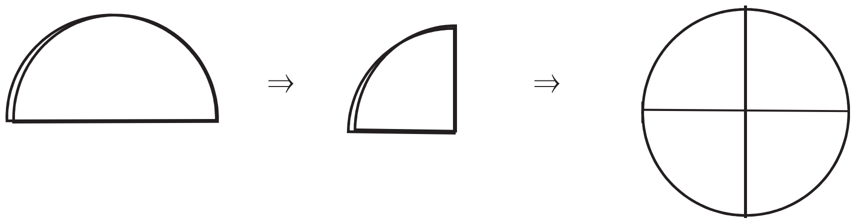
さて，円の作図は，これまでの学習から円の中心を求めると作図できる。そこで，この問題は，円の中心を求める問題に変換される。円の中心を求めるには，中心を示していない円または円を印刷した用紙を配布し，その中心を求める操作活動を行わせることもできる。そのためには，既習の学習において，紙を折るなどの操作活動と作図方法を対応させる学習が有効になる。生徒の操作活動は次のことが予想される。

・円を半分に折る活動を通して円の直径を折る。

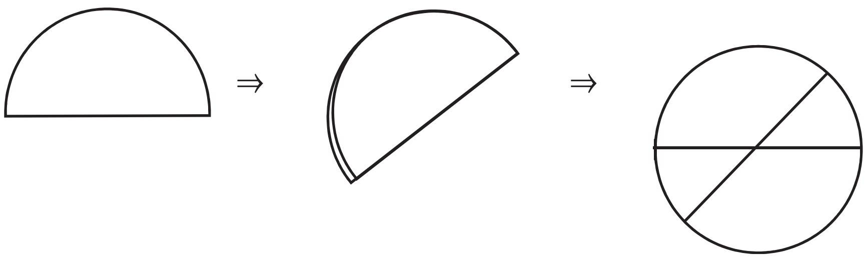


・この１回の活動では１本の直径を折ることはできるが，円の中心を見つけることができない。そこで，新たにもう１本の直径を折る活動が必要になる。例えば，次のように２本の直径を折ってできる交点がそれぞれ円の中心となる。

ア



イ



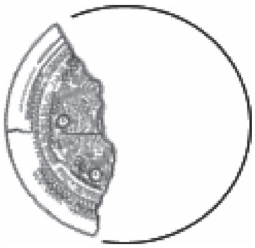
このように，操作活動を通して既習の数学的内容との関連づけが数学化に重要な視点となる。

視点２　定式化

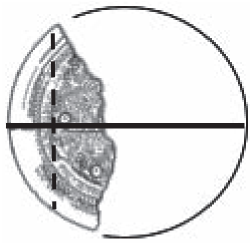
提示された問題は，円の中心を求める問題に変換される。しかし，実際の授業で扱う問題は与えられた銅鏡の一部を含む円の中心を求める問題になることを学級全体の問題として理解させることが重要である。

次の図のように，銅鏡の一部を含む円を配布し，その中心を求める問題，すなわち，操作活動で円の中心を求めた方法を作図問題として考えさせることになる。

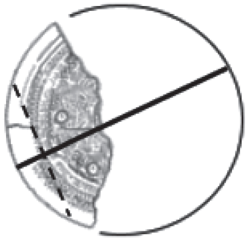
銅鏡の一部を含む円 ⇒ 円の対称性 ⇒ 対称軸は直径 ⇒ 直径の交点が円の中心



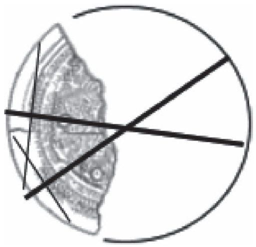
操作活動では円の対称性を利用して円を折り重ねて直径を求めた。銅鏡の一部である弧を折り重ねて直径を折る活動を作図の方法で説明することが次の課題になる。このとき，次の図のように円の直径は，円の弦である点線をもとの直径に対し平行移動させ，黒の直径は平行移動させた点線の垂直二等分線であることに，既習内容の学習と関連させて気づくよう，学習活動を促すことが必要になる。



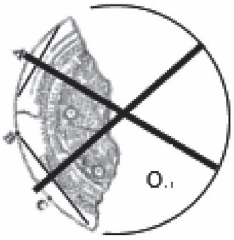
また，下の図のように，銅鏡の一部に引いた異なる線分（弦）の垂直二等分線も円の直径になり，このような弦や直径はたくさん引けることに気づかせたい。

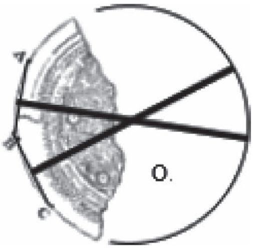


視点１の活動で生徒の想起した，「円の直径が２本あれば円の中心を求めることができる」こと，「銅鏡の一部に２本の弧を引いて，それらの弧の垂直二等分線が円の直径になる」こと，さらに「２本の直径の交点が求める円の中心である」ことなどに気づかせることが必要である。



最後に，次頁の図のように，銅鏡の一部のいろいろな所に２本の弦を引き，その垂直二等分線の作図を行う活動を行う。そこで，「銅鏡の一部に弦を作図する際に，点を４つではなく，３点であっても弦を作図することができる」ことなどを想起することで，「銅鏡の一部に３点 A，B，C をとり，弦 AB，BC の垂直二等分線を作図し，その交点を O とする。そして，中心 O，半径 OA の円を作図すれば，もとの銅鏡の形を描くことができる」ことに帰着させる。





視点3　授業づくり

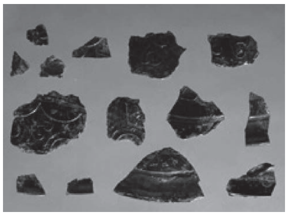
これは生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する視点である。視点1，視点2で考察したように，授業のねらいは次のようになる。

(1) 銅鏡の一部は円になっていることを操作活動（個人または学級全体）により実感させること
(2) 銅鏡の一部を含む円の中心は直径の交点で得られること
(3) 円は線対称，点対称な図形であり，半分に折り重ねることができること
(4) 直径は弦の垂直二等分線で作図できること
(5) 銅鏡の一部の弧の上に2点を取り，これらを結ぶ弦を引き，この垂直二等分線が円の直径になること
(6) 銅鏡の一部の弧の上に3点を取り，このうち2本の弦の垂直二等分線の交点が円の中心になること

このような授業のねらいの基で，学習過程の設計を行う。例えば，次のような学習過程を作ることができる。

まず，次のような問題を設定し，提示された銅鏡の一部をいくつか印刷し，実際に切り取り操作活動を通して円を作ることができるかどうかを学級で共有し，問題理解を行う。

ある遺跡で，次のような銅鏡の破片が出土しました。この破片を全部くっつけるとどのような形になるだろうか？



次に，「銅鏡（円）を復元するために必要なものは何だろうか？」という発問を通して，円の中心や半径，直径などの気づきを発表させる。この場面で，問題は具体的な銅鏡の一部から抽象的な円に変換され，数学化が行われる。

そして，「円の中心を決めるためには何が分かればよいか？」と発問をする。その際，中心の分からない円の用紙を配布し，その用紙を折る活動から円の中心を決定する方法を考えさせる。操作活動を伴うことで，既習内容と関連づけることができたり，その説明を行うために言語活動を促したり，ペア学習や班学習が行われ，活発なコミュニケーション活動を伴う学習の場を設定することができる。

授業者側はまとめたことを基に，次のような問題を提示し，銅鏡の一部を印刷した円を配布し，その中心を求めさせる。

銅鏡の一部から円の中心を
決めるためにはどのようにしたら
いいだろうか？

最初の活動で使った円の用紙と銅鏡の一部を印刷した円の用紙を重ねるなどして，視点２に書いてあるような気づきを促す。また，ペア学習などを通して，「銅鏡の一部に線分を２本引いて，それらの線分の垂直二等分線の交点が求める円の中心である」ことなど気づきをまとめさせ，実際に作図を行う。

最後は，「他にいい方法はないだろうか？」という発問を通して，銅鏡の一部を印刷した円の用紙のいろいろな所に２本の弦を引き，その垂直二等分線の作図を行う活動をし，その結果をペアや班，全体で共有し，数学的な表現でまとめる。

4.　お　わ　り　に

本稿では「教科書の問題理解に関する方略」を基にした生徒の数学的活動を促す教材研究を図形の題材で取り組んだ。

事例にあるように，円になることを学級全体の共通理解まで高まること，直径を求めるために円の用紙を半分に折る活動を数学の言葉で説明すること，そのためにこれまで学習した内容を思い出すことなどが，生徒の既習の数学的知識の活用を促すことになる。具体物による操作活動は数学的な作図に関して，既習の学習内容である具体的な場合に戻って考えることができ，生徒の既習の数学的知識を授業のねらいである数学的な概念や性質などにつなげることができる。

実際，授業者の一人が上記のような流れで授業を行った。数学化の段階で問題理解や円の用紙を使った操作を十分に行ったので，定式化の段階でも操作と作図を対応させながら考える生徒が多く，生徒の数学的活動を促す授業となった。以上から，「教科書の問題理解に関する方略」を用いた教材研究は，生徒の数学的活動を促す授業を行う上で有益であることが改めて示唆された。

また，今回の教材研究から，上記の教材研究力を具体化するものとして，

- 具体物による操作活動を通して既習の数学的知識の活用を促す
- 数学的な作図を，具体物による操作と対応させながら既習の作図方法と対応させて説明する

の２つを顕在化することができる。

Pirie and Kieren（1994）は，生徒の理解は何度かの「折り返し」を含む，力動的な過程であり，教師はより内側の水準への「折り返し」を促して，生徒自身が再構成することを支援することが大切であると述べている。その意味でも，上記の２つの観点は生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する重要な観点であることが示唆される。また，これらの観点は教科書の「図形」に関する他の問題でも十分に活用されうるものである。

今後の課題として，教科書の問題を，「教科書の問題理解に関する方略」を基に生徒の数学的活動を促す授業づくりや上記の教材研究力の具体化に取り組んでいきたい。

注　　　記

1）久保（2013）は，学習形態の方法的側面に着目して，授業タイプを次の７つに類型化している。
Ⅰ　教師が問題を提示し，数学の内容や計算方法が定着することに重点を置いて，教師が数学の内容や計算方法を説明して進められていく授業【講義タイプ】
Ⅱ　教師が問題を提示し，教科書の記述に重点を置いて，みんなで教科書を繰り返し読んだり，重要な箇所に線を引くなどして進められていく授業【教科書の記述重視タイプ】
Ⅲ　教師が問題を提示し，解決方法を子どもに問いながら教師が説明した後，自力解決の時間をとって類似の問題を解かせ，子どもの解答を教師が評価していく授業【自力解決・説明タイプ】
Ⅳ　教師が問題を提示し，解決方法を子どもに問いながら教師が説明した後で，自力解決の時間をとって類似の問題を解かせ，教師は机間指導

を行いながら個別に対応していく授業【自力解決・個別指導タイプ】

Ⅴ　教師が問題を提示し，意図的に教師が問いかけ，解決すべき課題を明確にし，教師のはたらきかけと子どもの考えによって問題の解決がなされる授業【問題解決型収束タイプ】

Ⅵ　教師が問題を提示し，子どもの疑問や考えを中心に授業を進められ，時として教師の意図により授業の目標からそれることもあるものの，問題の解決がなされていく授業【問題解決型発散タイプ】

Ⅶ　教師と子どものやりとりを通して問題が設定され，子どもの考えを中心に授業が進められるが，時としてその１時間では教師の意図した方向には収束しないこともある授業【学習者主導タイプ】

2）筆者たちは，数学化・定式化の用語について，平岡・宮内（2006）の規定に従っている。

Freudenthal（1968）は，数学化について，「人間が学ばなければならないものは，閉じた体系としての数学ではなく，活動としての数学，つまり，現実を数学化するプロセスであり，可能ならば，数学を数学化するプロセスである。」（p. 7）と述べ，数学化は数学を創り出すプロセスを総称する言葉として捉えている。また，定式化という用語は数学的モデル化の過程でよく使われる言葉であり，三輪（1983）は「その事象に光を当てるように，数学的課題に定式化する」（p. 286）と述べている。

それに対し，平岡・宮内（2006）は，数学化を「具体的な場面における問題の数学化（具体的な事象を数理的に捉える）活動」，定式化を「具体的な事象を数学的に定式化（数学的な課題を設定する）活動。理想化・単純化・理想化ともいえる。」と規定している。数学的活動の視点に立った授業では，数学的要素を数理的に捉えることと，数理的な視点で捉えたことを数学的な課題に設定することは異なる相であり，それぞれを区別して授業づくりに取り組むことが大切であることと捉えている。

引用・参考文献

ウェン・A・ウィケルグレン，矢野健太郎訳（1980），『問題をどう解くか―問題解決の理論』，秀潤社

久保良宏（2013），「中学校数学科における授業タイプに関する研究―コミュニケーションに焦点をあてて―」，『日本数学教育学会誌』，95(1)，2－10

平岡賢治・野本純一（2015a），「数学の教科書をより有効的に使う力の育成に関する研究（1）―算数・数学的活動の視点から―」，『九州地区国立大学教育系・文系論文集』，2(2)，No. 7

平岡賢治・野本純一（2015b），「数学の教科書をより有効的に使う力の育成に関する研究（2）― RME 理論を手がかりにして―」，『長崎大学教育学部研究紀要（教科教育学）』，1，87－98

平岡賢治・野本純一（2015c），「教科書の問題理解に関する方略を基にした授業づくりに関する研究―中学校数学の題材を事例にして―」，『広島経済大学研究論集』，38(2)，1－11

平岡賢治・野本純一（2017a），「生徒の数学的活動を促す授業づくりに関する考察―生徒の既習の数学的知識に視点をあてて―」，『広島経済大学研究論集』，40(1)，1–8

平岡賢治・野本純一（2017b），「教科書の問題理解に関する方略を基にした授業づくりに関する考察」，『広島経済大学研究論集』，40(2)，1–8

平岡賢治・宮内（吉田）香織（2006），「算数・数学的活動の視点に立った授業理解に関する研究（1）―「授業理解の枠組み」の構築に向けて」，『数学教育論文発表会論文集』，39，199－204

藤井斉亮ほか（2016），『新編　新しい数学１』，東京書籍

三輪辰郎（1983），「モデル化」，『現代教育学の基礎』，筑波大学教育学研究会編，286－289

Freudenthal, H.（1968），Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3–8

Gravemeijer, K.（1997），Mediating between concrete and abstract, Nunes, T. & Bryant, P.（eds），Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective, Psychology Press, 315－345

Hiraoka, K. and Yoshida-Miyauchi, K.（2007），A framework for creating or analyzing Japanese lessons from the viewpoint of mathematical activities: A fraction lesson. In J. Woo, H. Lew, K. Park, and D. Seo（Eds），Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, 33－40

Pirie, S. and Kieren, T.（1994），Growth in Mathematical Understanding: How can We Characterise it and How can We Represent it?, *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165－190

Remillard, J. T.（2009），Part II commentary: Considering what we know about the relationship between teachers and curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd（Eds.），Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction, 17－36. New York; Routledge

Wittmann, E.（1981），The Complementary Roles of Intuitive and Reflective Thinking in Mathematics Teaching, *Educational Studies in Mathematics*, 1981, 12, 389－397