

内示プロセスにおける予測に関する基礎的解析

——内示情報を用いた予測性能の実証分析——

上野 信行*・得津 康義**

概 要

前報にて、内示の時系列特性について実証研究が進められ、内示のブレが定常過程であるなどの多くの特性が明らかになっている。

本論文は、内示のもつ予測性能の優位性に関する基礎的研究を行うものである。すなわち、内示プロセスにおける需要予測について、内示情報を用いた予測モデル（内示モデルという）を提案する。そして、定常過程の予測については多くの手法があるが、ここでは代表的な階差を用いた方法（階差モデルという）、誤差修正モデル（VECM/VAR モデルという）を取り上げ、内示モデルを用いる予測性能が他に比べて優位にあることを実証的に示すものである。

まず、内示プロセスの厳密な記述法を提案する。次に、内示が定期定例的業務の中で、先行性、需要変動への対応性、予測可能性などに優位性を持ち、また内示のブレが平均回帰性（長期均衡性）を有していることなどから、内示を活用することの有用性について述べる。続いて、前報にて明らかになった内示の特性を利用して、内示情報を使った予測モデルを提案する。実データを用いて、内示モデル、VECM/VAR モデル、階差モデルについて、その予測誤差の分散、所定の有意水準の下での信頼区間を比較し、内示モデルが予測精度、効率性において優位であることを明らかにする。最後に、今後の課題と意義について述べる。

キーワード：内示、予測、共和分分析、誤差修正モデル、階差

1. はじめに

BtoB（Business to Business）取引において、内示の役割は大きい。メーカーは必要な部材、部品（以下、部品という）の調達に際して、サプライヤーへ事前に予定情報である「内示」を提示し、最終的に「確定注文」を伝達し、短い調達リードタイム内で部品の納入を実現させる [1]。内示は、定例的に、確定注文の一定期間前に提示される予見的な情報である。また、メーカーの顧客の需要変動に連動していることから需要動向を反映している反面、確定注文が必ずしも事前の内示と同じになることは少なく、異なる

場合が多い [2]。

このように、内示は定期定例性、先行性、予見可能性、需要変動追従性を持つために、サプライヤー側は事前に生産準備ができ、メーカー側は多様な部品を短納期で安定的に調達できる。また、内示は顧客の需要変動に連動して作成されるメーカーの生産計画を反映した情報であることからサプライヤーにとって変動する注文量を予見して、生産開始できるなど双方に利点がある。しかし、一方では、不確実性・あいまい性のためにサプライヤーにとって、内示数量を直接に生産計画や部品発注計画に反映できず、また将来の必要量の予測には十分に活用しにくいのが現実である。サプライヤーは内示の変化の特性を経験的かつ試行錯誤的に見出し、十分

* 広島経済大学名誉教授

** 広島経済大学経済学部教授

な余裕を持って生産し、在庫を保有するが、需要の変動性への対応力が弱く、在庫は品質劣化し、過剰在庫は破棄される。

従来から不確実需要下での発注計画手法の研究 [3-5]、内示業務プロセスの分類・体系化 [6]、実務への適用研究 [7] 及び内示の需要変動への対応性（追従性）より内示を用いる方法が従来の安全在庫法に比べて優位にあることなどの理論的研究が進められてきた [8]。また、内示の時系列特性について実証研究が進められ、内示のブレが定常過程であるなどの多くの特性が明らかになってきた [9]。

本論文は、内示のもつ予測可能性に対する基礎的研究を行い、その優位性を実証するものである。すなわち、内示プロセスにおける需要予測について、内示情報を用いた予測モデル（内示モデルという）を提案する。そして、定常過程の予測については多くの手法があるが、ここでは代表的な階差を用いた方法（階差モデルという）、誤差修正モデル（VECM/VAR モデルという）[10, 11] を取り上げ、内示モデルを用いる予測性能がこれらに比べて優位にあることを実証的に示すものである。

まず、内示プロセスの厳密な記述法を提案する。次に、内示が定期定例的業務の中で、先行性、需要変動への対応性、予測可能性などに優位性を持ち、また内示のブレが平均回帰性（長期均衡性）を有することなどから、内示を活用することの有用性について述べる。続いて、前報 [9] にて明らかになった内示の特性を利用して、内示情報を使った予測モデルを提案する。実データを用いて、内示モデル、VECM/VAR モデル、階差モデルについて、その予測誤差の分散、予測の信頼区間を比較し、内示モデルが予測精度、効率性において優位であることを明らかにする。最後に、今後の課題について述べる。

本研究と従来研究とを合わせると、内示情報の持つ定期定例性、先行性、予測可能性、需要

変動追従性、内示のブレの平均回帰性（長期均衡性）などの有用性が解明できることから、これらを体系立て、内示を有効活用するための「内示の理論」を確立していく。

本論文の構成は、

2. 内示プロセスの特徴
 3. 内示プロセスの厳密な記述
 4. 内示の時系列特性
 5. 内示プロセスにおける需要予測モデル
 6. 予測モデルの性能評価—生産財の部品の実証分析—
- である。

2. 内示プロセスの特徴

2.1 内示プロセス

BtoB 取引における部材、部品の調達に際して、図 1 に示すようにメーカーはサプライヤーへ事前に予定情報である「内示」を提示し、その後「確定注文」を伝達し、納入を受ける [2]。内示は、一般的に製造着手から納期までの所要期間（製造リードタイムという）以前に、確定注文に先立って提示される。内示の提示は、確定注文までに 1 回の場合や定期定例的に、複数回の内示が提示される場合がある。例えば、3 か月前に 1 回目、2 か月前に 2 回目、1 か月前に 3 回目の内示が提示されるなどである。

一般化すると、 n 期前に初めての内示が提示され、逐次に、2 期前内示、1 期前内示が提示され、最終的には確定注文がなされる。このことは、当期から将来を見た場合には、確定注文に加えて、表 1 に示すように 1 期先、2 期先、…、 n 期先までの内示が提示されることを示している。

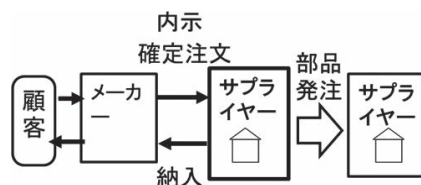


図 1 内示と確定注文

表1 当期から見た複数期先までの内示（[8] 再掲）

	当期	1期先	2期先	…	n期先
注文／内示	確定注文	内示1	内示2	…	内示n

2.2 内示プロセスの特徴

内示は、基本的に、メーカーの調達部門が定例的に、確定注文の一定期間前に、サプライヤーへ提示する予定情報である。その後、メーカーは顧客の需要変動や自社の生産変動、物流、気候などに対応して自社の生産計画をアップデートし、その結果を確定注文としてサプライヤーへ部品を発注する。メーカーの最終の生産計画が当初計画と同一であることはなく、したがって確定注文が必ずしも事前の内示と同じになることは少なく、変化する。

このような内示プロセスには多くの利点がある [2, 6, 9]。

①定期定例性

内示の提示はメーカーの調達部門の調達業務に組み込まれている。例えば、前月の中旬に当月を含め翌月以降の先3か月の調達予定品目ごとの仕様と調達予定数が内示として提示され、次月以降も繰り返される。サプライヤーは内示情報が伝わる日時が前もってわかるために、社内の生産計画・発注計画の作成あるいは、計画の変更・修正に活用できる。

②先行性

確定注文に先立って内示情報を入手できる。一般的には、サプライヤーの製造リードタイム以内に内示が提示されるので、（納入までには数量などの変更はあるにしても）内示情報を参考にして製造に着手できる。また、サプライヤーは先の内示を用いることにより、調達のリードタイムの長い原材料を事前に手当てしておくことも可能になる。

③予見可能性／予測可能性

メーカーは顧客の需要変動に対応して自社の生産計画を作成し、その結果を内示として

サプライヤーへ提示することを基本としている。したがって、サプライヤーは内示情報を通じて顧客の購買状況やメーカーが増産基調であるか減産基調であるか？需要が旺盛な品目は何か？など近い将来の生産状況を予見することができる。

さらに、サプライヤーの生産計画・部品発注計画策定に直接的に反映できる「精度の高い確定注文の予測情報」として活用できる可能性がある。

④需要変動追従性

サプライヤーは内示数量を直接に部品発注計画に反映することは少なく、メーカーからの注文変動（ばらつき）に対して、リスクを考慮して相当な余裕（安全在庫）を加味して在庫保有を行う。

その際に、需要の変動が大きいにもかかわらず、需要の平均は長い期間にわたって変わらないとして、長期の平均からのばらつきを用いて安全在庫量の見積もる場合が多い。しかし、内示が顧客の需要の変動を反映している（変化に追従している）ことから、内示を「変化する需要の短期的平均」と解釈して、これをベースとした需要のばらつき（標準偏差）を考え、安全在庫量の見積もりを行うと保有すべき在庫量を限定できることが知られている [8]。このように、内示の需要変動追従性をうまく活用することにより、過剰でなく適当な（リスクを加味した）在庫補充を行い、かつ需要変化に対応した部品発注計画・管理が行うことができる。

内示が「変化する需要の短期的平均」を代表しているという性質、すなわち内示の需要変動追従性は発注管理において非常に重要であるといえる。

⑤内示のブレの平均回帰性（長期均衡性）

内示のブレが長期的に一定の係数に均衡することが実証されている [9]。変数間に一定の

関係性があり、その関係性から乖離することがあっても、その乖離は一時的なものであり、最終的にはその関係性に収束する性質を平均回帰性あるいは長期均衡性と呼ぶ [9, 10]。内示と確定注文の間には、長期的（平均的）に、これらの差を均衡するあるいは、均衡させようとする作用が働いていることになる。例えば、内示の提示者が内示を出すときに、極力、確定注文（需要の実現値）に近くなるように提示しようとするとかあるいはブレが起こったら、暗黙の裡に、次の期、次々期ではブレを小さくしようと考えて活動していると想起させる性質である。「内示プロセスを用いた取引形態に内在する行動原理」を示している重要な特性である。

しかし、一方では内示を用いることの課題もある。

⑥不確実性・あいまい性

確定注文が必ずしも事前の内示と同じになることは少なく、変化することは先に述べた。この不確実性・あいまい性のためにサプライヤーは、内示数量そのままを直接に生産計画・部品発注計画に反映し、在庫保有をしておく、メーカーからの需要の上方向への変動があれば、欠品となるかあるいは、欠品を回避する為に緊急の資材・部品調達、緊急生産、緊急輸送などをせざるを得ず、追加コストがかかる。また、当初から過剰な在庫を保有することは在庫コスト、管理コストが高位に推移することになる。

この対応として内示情報の持つ需要変動への追従性を利用し、適正な需要のばらつき管理によって余裕在庫の見積もりをリスク範囲内に限定的に抑えることができる方法が提案されている [7, 8]。ただし、このような方法を適用するためには、従来からの業務の仕方の発想を変え、業務プロセスを変革するこ

とが必要になる。

このように内示は、不確実性を有するが、定期定期性、先行性、予見可能性、需要変動追従性、内示のブレの平均回帰性（長期均衡性）等を有しており、これらの性質を効果的に利用すれば、BtoB取引においてサプライヤー側は事前に生産準備ができ、メーカー側は多様な部品を短納期で安定的に調達できるなど双方に利点が広がる可能性がある。特に、内示のブレが平均回帰性（長期均衡性）を持つことから内示プロセス自体が取引業者間の協業志向性を内在しているという原理は大いに注目されるべきである。

とりわけ、昨今における顧客需要変動が激しい中においても、需要の不確実性に対する工夫を織り込んで、内示の有効性を最大限に活用することにより、取引業者間の双方がメリットを得る大きな可能性があるといえる。

3. 内示プロセスの厳密な記述

内示プロセスを対象に需要モデルを表現した厳密な記述法を提案する。なお、需要プロセスにおいて期ごとの予測値の増減（demand evolution）を martingale モデル [12] として記述した事例 [13] はあるが、内示プロセスを対象にしたものではない。

3.1 内示プロセスの記述

[記号の説明]

FP : 内示提示期間。 t 期において内示が提示される期間のこと。

$\bar{d}_{t,t+h}$: t 期における $t+h$ 期の内示。 t 期における h 期先の内示のこと。 $h \leq FP$ である。

$d_{t,t}$: t 期における確定注文のこと。単に、 d_t ともかく。

例として、先2期までの内示提示がある場合

表2 内示プロセスの表現 ($FP=2$ の場合)

現時点 \ 期	$t-1$	t	$t+1$	$t+2$	$t+3$	$t+4$
$t-2$	$\bar{d}_{t-2,t-1}$	$\bar{d}_{t-2,t}$				
$t-1$	d_{t-1}	$\bar{d}_{t-1,t}$	$\bar{d}_{t-1,t+1}$			
t		d_t	$\bar{d}_{t,t+1}$	$\bar{d}_{t,t+2}$		
$t+1$			d_{t+1}	$\bar{d}_{t+1,t+2}$	$\bar{d}_{t+1,t+3}$	
$t+2$				d_{t+2}	$\bar{d}_{t+2,t+3}$	$\bar{d}_{t+2,t+4}$
$t+3$					d_{t+3}	$\bar{d}_{t+3,t+4}$

表3 内示のブレと確定注文の表現 ($FP=2$ の場合)

現時点 \ 期	$t-1$	t	$t+1$	$t+2$	$t+3$	$t+4$
$t-2$	$\delta_{t-2,t-1}$	$\delta_{t-2,t}$				
$t-1$	d_{t-1}	$\delta_{t-1,t}$	$\delta_{t-1,t+1}$			
t		d_t	$\delta_{t,t+1}$	$\delta_{t,t+2}$		
$t+1$			d_{t+1}	$\delta_{t+1,t+2}$	$\delta_{t+1,t+3}$	
$t+2$				d_{t+2}	$\delta_{t+2,t+3}$	$\delta_{t+2,t+4}$
$t+3$					d_{t+3}	$\delta_{t+3,t+4}$

($FP=2$) の内示プロセスの表現を表2に示す。現時点 t 期においては、 t 時点における確定注文 $d_{t,t}(=d_t)$ と1期先内示 $\bar{d}_{t,t+1}$ 、2期先内示 $\bar{d}_{t,t+2}$ の提示があることがわかる。また、 $t+2$ 期に拘わるものとしては、 t 期における2期先内示 $\bar{d}_{t,t+2}$ 、 $t+1$ 期における1期先内示 $\bar{d}_{t+1,t+2}$ と $t+2$ 期における確定注文 $d_{t+2,t+2}(=d_{t+2})$ があることがわかる。

記号の表記上の説明を行う。内示は、2つの添え字を持ち、1つ目の添え字は内示が提示された時点、2つ目の添え字が内示する時点を表している。2つの添え字の差が何期先の内示かを表していることになる。確定注文は、2つの添え字が必ず同じであり、したがって表記の簡便さのために1つで代表させることにする。

3.2 内示のブレ

内示と確定注文の数量の差異をブレと呼ぶ。 t 期における $h(>0)$ 期先のブレ $\delta_{t,t+h}$ は、

$$\delta_{t,t+h} = d_{t+h} - \bar{d}_{t,t+h} \tag{3.2.1}$$

と表現できる。

表2に対応して、内示のブレと確定注文の表現を表3に示す。表2、表3において、 $\{d_1, d_2, \dots, d_t, \dots, d_T\}$ を確定注文データ系列と呼ぶ。また、 $\{\bar{d}_{1,1+h}, \bar{d}_{2,2+h}, \dots, \bar{d}_{t,t+h}, \dots, \bar{d}_{T-h,T}\}$ を h 期先の内示データ系列、 $\{\delta_{1,1+h}, \delta_{2,2+h}, \dots, \delta_{t,t+h}, \dots, \delta_{T-h,T}\}$ を h 期先の内示のブレデータ系列と呼ぶ。内示データ系列、内示のブレデータ系列は h 期先の内示とそれに対する内示のブレの時系列データを束ねたものであり、それぞれ系列が FP 個ずつある。なお、 T は、対象期間、あるいは、サンプル数である。

4. 内示の時系列特性

内示、内示のブレ、確定注文データ系列の時系列特性についての実証研究がある。論文 [9]

より引用し、要点のみ示す。

- ①内示のブレデータ系列は定常過程である。また、推定モデルとして、定数項とホワイトノイズの和で表現できる。
- ②内示データ系列と確定注文データ系列は非定常過程である。
- ③内示データ系列と確定注文データ系列の間には共和分関係がある。
- ④確定注文データ系列と内示データ系列間の誤差修正モデル [10, 11] における共和分関係式（長期均衡誤差の関係式であり、定常過程である）が内示のブレの式によく似ている。このことは、①のように内示のブレデータ系列が定常過程であることと一致しており、また内示のブレデータ系列が長期的に均衡する関係式からの誤差（乖離）であることを意味している。

5. 内示プロセスにおける需要予測モデル

内示プロセスにおいて、定常過程でかつ長期均衡誤差と解釈できる「内示のブレ」を用いて、将来の需要量を予測するモデル（内示モデルという）を提案する。さらに、内示モデルに加えて、定常過程を前提とする以下に述べる代表的な2つのモデル（VECM/VAR モデル、階差モデル）を取り上げ、予測方法を詳述する。

展開するに必要な術語の定義をしておく [10-12, 14-17]。時間とともに変化する確率変数の列 $\{y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_T\}$ を確率過程といい、 $\{y_t\}$ と表現する。

【定義】（定常性）

$\{y_t\}$ が共分散定常過程（stationary process）なら、

- ① $E[y_t] = \mu, \forall t$
- ② $E[(y_t - \mu)^2] = \sigma^2, \forall t$
- ③ $\text{Cov}[y_t, y_{t-s}] = E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = \gamma_s, \forall t,$

$\forall s \neq 0$

【定義】 (*i.i.d* 系列)

各時点のデータが互いに独立でかつ同一の分布に従う系列をいう。*i.i.d* は independent and identically distributed の略である。

【定義】 (ホワイトノイズ)

- ① $E[\varepsilon_t] = 0, \forall t$
- ② $E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2, \forall t$
- ③ $E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}] = 0, \forall t, \forall s \neq 0$

が成立するとき $\{\varepsilon_t\}$ はホワイトノイズ（white noise）と呼ばれる。平均0、分散一定、時間を通じて互いに無相関な確率過程である。ただし、 σ^2 は有限の定数である。一般的に、ホワイトノイズは *i.i.d* ではないが、正規ホワイトノイズは、*i.i.d* である。

5.1 内示モデル

すでに、 t 期における $h(0 < h \leq FP)$ 期先のブレ $\delta_{t,t+h}$ は、(3.2.1) 式を再掲して、

$$\delta_{t,t+h} = d_{t+h} - \bar{d}_{t,t+h} \quad (5.1.1)$$

とあらわされる。

4章に述べたように実証研究の結果 [9] より、内示のブレは定常過程であり、定数項とホワイトノイズの和でモデル化できる。すなわち、すべての $h(0 < h \leq FP)$ について、 μ_h を定数として、

$$\delta_{t,t+h} = \mu_h + \varepsilon_{t,t+h}^{(h)}, \forall t, h \quad (5.1.2)$$

ここで、 $\varepsilon_{t,t+h}^{(h)}$ は h 期先内示のブレに対するホワイトノイズであり、 $h \leq FP$ として、

$$\left. \begin{aligned} E[\varepsilon_{t,t+h}^{(h)}] &= 0, \forall t, h \\ E\left[\left(\varepsilon_{t,t+h}^{(h)}\right)^2\right] &= \left(\sigma^{(h)}\right)^2, \forall t, h \\ E\left[\varepsilon_{t,t+h}^{(h)} \varepsilon_{t,t+h-s}^{(h)}\right] &= 0, \forall t, h, \forall s \neq 0 \end{aligned} \right\} (5.1.3)$$

である。(5.1.1) (5.1.2) 式より、

$$\delta_{t,t+h} = d_{t+h} - \bar{d}_{t,t+h} = \mu_h + \varepsilon_{t+h}^{(h)} \quad (5.1.4)$$

したがって、

$$d_{t+h} = \bar{d}_{t,t+h} + \mu_h + \varepsilon_{t+h}^{(h)}, \forall t, \forall h \leq FP \quad (5.1.5)$$

である。

(5.1.5) 式は「 $t+h$ 期の確定注文は、 t 期における h 期先の内示 $\bar{d}_{t,t+h}$ と定数項 μ_h に誤差項 $\varepsilon_{t+h}^{(h)}$ が加わったものである」ことを示している。ここで、 $\bar{d}_{t,t+h}$ は、 t について非定常過程であるが、 t 期における $h(\leq FP)$ 期先の内示は確定した値であることを踏まえると、確定注文 d_{t+h} は確定した内示 $\bar{d}_{t,t+h}$ に定数とホワイトノイズを加えたものであることから、これは AR 過程の一種である。

一方、 ε_t を正規ホワイトノイズ、 c, ϕ_1 を定数として、一般的な AR(1) 過程

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim i.i.d N(0, \sigma^2) \quad (5.1.6)$$

について、その最適予測は平均 2 乗誤差 (MSE: mean squared error) を最小にする予測であるとする、最適予測は条件付き期待値で与えられる。すなわち、

$$E[y_\tau | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1] = y_\tau, \tau \leq t \quad (5.1.7)$$

$$E[\varepsilon_{t+k} | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1] = 0, k > 0 \quad (5.1.8)$$

である [11]。したがって、最適な 1 期先の予測 $\hat{y}_{t,t+1}$ は、

$$y_{t+1} = c + \phi_1 y_t + \varepsilon_{t+1} \quad (5.1.9)$$

$$\hat{y}_{t,t+1} = E[y_{t+1} | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1] = c + \phi_1 y_t \quad (5.1.10)$$

予測誤差 $\hat{v}_{t,t+1}$ は、(5.1.9) (5.1.10) 式より、

$$\hat{v}_{t,t+1} \equiv y_{t+1} - \hat{y}_{t,t+1} = \varepsilon_{t+1} \quad (5.1.11)$$

その平均 2 乗誤差 (MSE) は、

$$MSE(\hat{y}_{t,t+1}) \equiv E[\hat{v}_{t,t+1}^2] = E[\varepsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 \quad (5.1.12)$$

である。また、(5.1.6) 式であらわされる AR 過程における h 期先の最適予測と MSE は、

$$\hat{y}_{t,t+h} = \frac{(1 - \phi_1^h)c}{1 - \phi_1} + \phi_1^h y_t \quad (5.1.13)$$

$$MSE(\hat{y}_{t,t+h}) = \frac{(1 - \phi_1^{2h})\sigma^2}{1 - \phi_1^2} \quad (5.1.14)$$

である [11]。

これらを用いて、内示モデルの 1 期先の最適予測と MSE を求める。(5.1.5) 式の $\varepsilon_{t+h}^{(h)}$ はホワイトノイズであるが、さらに正規過程であると仮定すると、*i.i.d* である。1 期先の場合の (5.1.5) 式は、(5.1.6) 式の AR 過程において、 $\phi_1 = 0, c = \bar{d}_{t,t+1} + \mu_1$ と置いたものであるから、1 期先の最適予測 $\hat{d}_{t,t+1}$ と MSE は、(5.1.13) (5.1.14) 式を用いて、

$$\hat{d}_{t,t+1} = \bar{d}_{t,t+1} + \mu_1 \quad (5.1.15)$$

$$MSE(\hat{d}_{t,t+1}) = E\left[\left(\varepsilon_{t+1}^{(1)}\right)^2\right] = \left(\sigma^{(1)}\right)^2 \quad (5.1.16)$$

これらを用いて、1 期先の 95% 信頼区間予測は、

$$\left(\hat{d}_{t,t+1} - 1.96 \sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+1})}, \right. \\ \left. \hat{d}_{t,t+1} + 1.96 \sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+1})} \right) \quad (5.1.17)$$

また、 h 期先の最適予測 $\hat{d}_{t,t+h}$ と MSE は、

$$\hat{d}_{t,t+h} = \bar{d}_{t,t+h} + \mu_h, \forall t, \forall h \leq FP \quad (5.1.18)$$

$$MSE(\hat{d}_{t,t+h}) = E\left[\left(\varepsilon_{t+h}^{(h)}\right)^2\right] = \left(\sigma^{(h)}\right)^2, \\ \forall t, \forall h \leq FP \quad (5.1.19)$$

となる。

また、 h 期先の 95% 信頼区間予測は、

$$\left(\hat{d}_{t,t+h} - 1.96 \sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+h})}, \right. \\ \left. \hat{d}_{t,t+h} + 1.96 \sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+h})} \right) \quad (5.1.20)$$

で与えられる。

すなわち、内示モデルにおいては、 t 期における $t+h$ 期の最適予測 $\hat{d}_{t,t+h}$ は、(5.1.18) 式に示すように、 t 期における $t+h$ 期の内示 $\bar{d}_{t,t+h}$

と一定の定数項 μ_h の和にてあらわされる。また、平均2乗誤差 MSE は、 h 期先内示のブレデータ系列の分散 $(\sigma^{(h)})^2$ となる。

内示モデルの解釈と留意点を述べる。内示モデルは、2期先以遠の期の予測について通常のAR過程と異なっている。内示モデルの1期先予測については、一般的なAR過程の1期先予測式から(5.1.15)(5.1.16)式を導いた。2期先以降では、(5.1.18)(5.1.19)式で表現できるが、導出の仕方や活用の仕方が少し異なる。例えば、内示提示期間が3期($FP=3$)とする。3期先を予測する場合には、AR過程では、2期先、3期先と逐次に予測することになるが、内示モデルでは、(5.1.5)式に示すように、1期先モデルと同様に、2期先モデル、3期先モデルが定式化されることから、2期先、3期先の予測においては、それぞれの対応するモデルを適用することになる。2期先、3期先の予測誤差においても、AR過程では、(5.1.14)式に示されるように h が大きくなるにつれて、 $|\phi_1| < 1$ として、予測誤差が蓄積されて大きくなることに対して、内示モデルでは、(5.1.19)式に示すように、2期先モデル、3期先モデルのそれぞれに固有の予測誤差の分散 $(\sigma^{(h)})^2$ をもつ。一般的には、1期先モデルの予測誤差の分散 $(\sigma^{(1)})^2$ より、2期先モデル、3期先モデルのそれの方が大きくなる。

5.2 VECM/VAR モデル

(1) VECM/VAR モデル

【定義】(共和分)

x_t と y_t を $I(1)$ 過程とするとき、 $ax_t + by_t$ が定常過程となる a と b が存在するとき、 x_t と y_t の間に共和分の関係があるという [10, 11]。この時、ベクトル $(a, b)'$ は共和分ベクトル (cointegrating vector) と呼ばれる。' は転置をあらわす。

単位根過程である2つの変数を x_t と y_t すると、 x_t と y_t は平均回帰的ではなく、 x_t と y_t の長期的な予測のMSEは極めて大きくなる。このために、 x_t と y_t を個別に考えて、それぞれの予測を行うことは極めて困難である。しかし、 x_t と y_t の間に共和分の関係が存在すると、 $ax_t + by_t$ が定常過程なり、予測に活用できる。

共和分の関係をもつベクトル自己回帰モデル (VAR; vector autoregressive model) が一定の条件下でベクトル誤差修正モデル (VECM; vector error correction model) で表現できることが示され、Granger 表現定理 (Granger representation theorem) と呼ばれる [10, 11]。

2変数のVARモデル(ラグは2期)を想定し、VECMについて説明する。2変数 x_t と y_t は、それぞれ $I(1)$ 過程である。

$$X_t \equiv \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix}$$

とおくと、2期のラグをもつVARモデルは、

$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \mu + \epsilon_t \quad (5.2.1)$$

と表現できる。ここで、 A_1, A_2 は 2×2 定数行列であり、

$$\mu \equiv \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_t \equiv \begin{pmatrix} \epsilon_{xt} \\ \epsilon_{yt} \end{pmatrix}$$

とする。また、 $\Delta x_t \equiv x_t - x_{t-1}$ として、

$$\Delta X_t \equiv \begin{pmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \end{pmatrix}$$

とおくと、対応するVECMモデルは

$$\Delta X_t = \Gamma \Delta X_{t-1} + \Pi X_{t-2} + \mu + \epsilon_t \quad (5.2.2)$$

と表現できる [10]。ここで、 Γ, Π は 2×2 定数行列である。(5.2.1)式と(5.2.2)式の間には「longrun型」[18]の場合には、以下の関係がある。

$$\Gamma = -I + A_1 \quad (5.2.3)$$

$$\Pi = -I + A_1 + A_2 \quad (5.2.4)$$

ここで、 I は 2×2 単位行列である。

仮定より、 x_t と y_t は、 $I(1)$ 過程であるから、 $\Delta x_t, \Delta y_t$ は定常過程になるので、(5.2.2) 式の左辺は定常過程である。また、右辺の第2項を除く部分は定常過程である。したがって、元々のVARが共和分の関係が存在する場合には、第2項は定常過程になるはずであり、Granger表現定理より、

$$\Pi = \alpha\beta' \quad (5.2.5)$$

と表現できる。ここで、 α (2×1 定数行列) と β (2×1 定数行列) である。したがって、(5.2.2) 式の右辺の第2項は、

$$\Pi X_{t-2} = (\alpha\beta') X_{t-2} = \alpha(\beta' X_{t-2}) \quad (5.2.6)$$

となることから、 $\beta' X_{t-2}$ が定常過程になる。このとき、 β は共和分ベクトル、 $\beta' X_{t-2}$ は誤差修正項 (error correction term) と呼ばれる。また、 α は調整速度係数 [10] あるいは送付ベクトル (loading vector) [19] と呼ばれる。

(2) VECM/VAR モデルを用いた予測

1期先の予測を求める手順を以下に述べる。

時系列データから、変数 x_t と y_t が $I(1)$ であることを確認しておく。

- ① まず、内示、確定注文の時系列データから (5.2.2) 式の VECM の Γ, Π, μ を推定する。同時に、共和分検定を行う。すなわち共和分関係の有無、共和分ベクトルなどを求める。
- ② 次に、(5.2.3) (5.2.4) 式を用いて VECM に対応する VAR モデルを求める。すなわち、(5.2.1) 式の係数行列 A_1, A_2 と残差系列 $\hat{\epsilon}_t$ とその分散共分散行列を求める。
- ③ 最適予測を行う。

2変数の VAR モデル (ラグは2期) は、

$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \mu + \epsilon_t \quad (5.2.7) \quad (5.2.1 \text{再掲})$$

$$E[\epsilon_t \epsilon_t'] = \Sigma, \forall t \quad (5.2.8)$$

と表現されるとする。

$t+1$ 期においては、

$$X_{t+1} = A_1 X_t + A_2 X_{t-1} + \mu + \epsilon_{t+1} \quad (5.2.9)$$

であるから、1期先の最適予測 $\hat{X}_{t,t+1}$ は、

$$\begin{aligned} \hat{X}_{t,t+1} &= E[X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots, X_1] \\ &= A_1 X_t + A_2 X_{t-1} + \mu \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

予測誤差 $\hat{v}_{t,t+1}$ は、

$$\hat{v}_{t,t+1} \equiv X_{t+1} - \hat{X}_{t,t+1} = \epsilon_{t+1} \quad (5.2.11)$$

予測誤差 $\hat{v}_{t,t+1}$ の分散共分散行列を求めると、

$$E[\hat{v}_{t,t+1} \hat{v}_{t,t+1}'] = E[\epsilon_{t+1} \epsilon_{t+1}'] = \Sigma \quad (5.2.12)$$

である。

また、(5.2.7) (5.2.8) 式は、個々の要素ごとに表現できる。

$$A_1 \equiv \begin{pmatrix} a_{x1}(1) & a_{x2}(1) \\ a_{y1}(1) & a_{y2}(1) \end{pmatrix} \quad (5.2.13)$$

$$A_2 \equiv \begin{pmatrix} a_{x1}(2) & a_{x2}(2) \\ a_{y1}(2) & a_{y2}(2) \end{pmatrix} \quad (5.2.14)$$

とすると、

$$\begin{aligned} x_t &= a_{x1}(1)x_{t-1} + a_{x2}(1)y_{t-1} + a_{x1}(2)x_{t-2} \\ &\quad + a_{x2}(2)y_{t-2} + \mu_x + \epsilon_{xt} \end{aligned} \quad (5.2.15)$$

$$\begin{aligned} y_t &= a_{y1}(1)x_{t-1} + a_{y2}(1)y_{t-1} + a_{y1}(2)x_{t-2} \\ &\quad + a_{y2}(2)y_{t-2} + \mu_y + \epsilon_{yt} \end{aligned} \quad (5.2.16)$$

となる。

ここで、 $\epsilon_{xt}, \epsilon_{xt}$ は正規ホワイトノイズであり、分散共分散行列 Σ は、

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \rho\sigma_x\sigma_y \\ \rho\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad (5.2.17)$$

$$\rho = \text{Corr}(\epsilon_{xt}, \epsilon_{yt}) \quad (5.2.18)$$

と表現できる。

これらのモデル推定, 予測手法は, 統計解析ソフトに実装されている [18, 20]。

5.3 階差モデル

確定注文の予測を行うことを想定して, 階差を利用した手法を述べる。確定注文の階差の数列のままを利用する方法である。 d_t は $I(1)$ とする。

その時, d_t の階差系列の変数を z_t とあらわす。

$$z_t \equiv d_t - d_{t-1} \quad (5.3.1)$$

z_t は構造を持たず, シンプルに,

$$z_t = c_{KAISA} + \eta_t \quad (5.3.2)$$

で表現されると考える。ここで, c_{KAISA} は定数項, η_t は正規ホワイトノイズであるとする, z_t は定常過程となる。また,

$$\eta_t \sim i.i.d N(0, \sigma_{KAISA}^2) \quad (5.3.3)$$

とする。

最適な1期先の最適予測と予測誤差は,

$$\hat{z}_{t,t+1} = E[z_{t+1} | z_t, z_{t-1}, \dots, z_1] = c_{KAISA} \quad (5.3.4)$$

であるから, 予測誤差 $\hat{v}_{t,t+1}$ は,

$$\hat{v}_{t,t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_{t,t+1} = \eta_{t+1} \quad (5.3.5)$$

である。また,

$$MSE(\hat{z}_{t,t+1}) = E[\eta_{t+1}^2] = \sigma_{KAISA}^2 \quad (5.3.6)$$

1期先の95%区間予測は, 階差数列 z_t に関しては,

$$\left(\hat{z}_{t,t+1} - 1.96\sqrt{MSE(\hat{z}_{t,t+1})}, \right. \\ \left. \hat{z}_{t,t+1} + 1.96\sqrt{MSE(\hat{z}_{t,t+1})} \right) \quad (5.3.7)$$

である。

なお, z_t は定常過程であり, 初期値の影響は時間とともに, 消滅することから一般性を失

うことなく, $z_0 = 0$ として,

$$d_t = \sum_{s=1}^t z_s = z_t + \sum_{s=1}^{t-1} z_s = z_t + d_{t-1} \quad (5.3.8)$$

$$d_{t+1} = \sum_{s=1}^{t+1} z_s = z_{t+1} + \sum_{s=1}^t z_s = z_{t+1} + d_t \quad (5.3.9)$$

であるから, t 期における1期先の最適予測は,

$$\hat{d}_{t,t+1} = E[d_{t+1} | d_t, d_{t-1}, \dots, d_1] = \hat{z}_{t,t+1} + d_t \quad (5.3.10)$$

予測誤差 $\hat{w}_{t,t+1}$ は,

$$\hat{w}_{t,t+1} = d_{t+1} - \hat{d}_{t,t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_{t,t+1} = \eta_{t+1} \quad (5.3.11)$$

であるから,

$$MSE(\hat{d}_{t,t+1}) = E[\hat{w}_{t,t+1}^2] = E[\eta_{t+1}^2] = \sigma_{KAISA}^2 \quad (5.3.12)$$

1期先の95%区間予測は, d_t に関しては, z_t と同様に, (5.3.10) (5.3.12) 式を用いて,

$$\left(\hat{d}_{t,t+1} - 1.96\sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+1})}, \right. \\ \left. \hat{d}_{t,t+1} + 1.96\sqrt{MSE(\hat{d}_{t,t+1})} \right) \quad (5.3.13)$$

である。

6. 予測モデルの性能評価—生産財の部品の実証分析—

6.1 分析対象

ある生産財の部品を生産するサプライヤーに提示される内示を対象にする。サプライヤーは, 毎月 (N月) 中旬に先2か月 (N+1月, N+2月) までの内示の提示を受ける。そして, 当月初に確定注文をうけ, 当月末までに納品する。ローリング型の内示提示方式であるので, 翌月 (N+1月) になるとさらに, 翌々月 (N+2月), 翌々々月 (N+3月) の内示が提示される。内示のブレは主にメーカーの顧客の需要変動が反映されて起こるものであると思われる。

提案した内示モデルを含む3種の需要予測モデルについて, 1期先予測の95%信頼区間の大きさを評価指標として, 予測効率性 (精度) の

性能評価を行う。そのためには、各モデルの予測誤差の分散を算出し、それを用いた95%予測区間の中を比較する。予測誤差の分散は小さく、予測区間は狭いことがより効率性がよいと判断できる。なお、予測誤差の分散を求めるときは標本分散を用いる。

6.2 内示モデルによる予測性能

内示モデルによる1期先の予測誤差の分散は、(5.1.16)式より求めることができる。

1か月前内示 (f1と略す) と確定注文数量 (Kと略す) の差を1か月前内示のブレ (df1と略す)、2か月前内示 (f2と略す) と確定注文数量の差を2か月前内示のブレ (df2と略す) と呼ぶ。予測誤差の分散 $(\sigma^{(1)})^2$ は、(5.1.3)式より1期先内示のブレの分散を求めることになる。結果を表4に示す。

表4 内示モデルの予測誤差の分散

	予測誤差の分散
df1	69.76
df2	123.73

内示モデルにおける1期先予測誤差の分散は、df1に対応する場合であり、69.76となった。また、df1とdf2を比較すると、df1が予測誤差の分散は小さい。すなわち、1期先予測の方が2期先予測より精度が高いことを示している。

6.3 VECM/VAR モデルによる予測性能

Johansen の共和分分析を行い、VECM を求める。R における `cajo(){urca}` 関数を用いる [18, 20]。次に、求めた VECM と同水準の VAR モデルを `vec2var(){urca}` 関数を用いて求める。(5.2.1)式 (あるいは、変数ごとに展開した (5.2.15) (5.2.16) 式) のモデル推定ができたなら、残差 $\hat{\epsilon}_{xt}, \hat{\epsilon}_{yt}$ から (5.2.17) (5.2.18) 式の分散 σ_x^2, σ_y^2 を求める。

説明に用いたモデルは、2変数の VAR モデル (ラグは2期) であるが、推定に際しては、共和分の関係を有し、かつ残差の分散が最小になるモデルが望ましい。それで、VAR モデルのラグを2,3,4,5期として共和分関係式の有無、残差の分散、共和分があるときには、共和分ベクトル、調整速度係数を求めた。結果を表5に

表5 Johansen の共和分分析

	ラグ数	共和分関係の有無	残差の分散	共和分ベクトル	調整速度係数
K-f1	2	あり	222.93	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9457 \\ 1.0983 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.9285$ $\Delta f1: 0.4997$
	3	あり	200.16	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9167 \\ -0.1725 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -1.1747$ $\Delta f1: 0.2078$
	4	なし	181.15		
	5	なし	163.33		
K-f2	2	あり	229.30	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.8544 \\ 0.3587 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.5924$ $\Delta f2: 0.3918$
	3	なし	215.36		
	4	なし	162.75		
	5	なし	163.74		

示す。

表5より、

- ①K~f1については、ラグが2期と3期の場合について共和分関係が存在することがわかったので、この範囲で分散が最小となるラグ3期の場合を適当な推定結果と考え、残差の分散200.16を得た。
- ②K~f2については、同様に、ラグが2期の場合のみについて、共和分関係が存在することがわかり、かつ残差の分散229.30を得た。

6.4 階差モデルによる予測性能

6.4.1 確定注文の階差データ系列の特性

階差データ系列 $\{z_t\}$ の時系列特性を確認しておく。

(1) 自己相関関数と偏自己相関関数

確定注文の階差データ系列 (KAISA という) の自己相関関数 (コログラム) と偏自己相関関数を図2に示す。

標本の自己相関を用いた検定では、真の確率過程が MA(0) の時には、標本の自己相関 r_1 の分散が $\text{var}(r_1)=1/T$ となることを利用する [10, 14]。ここで T はサンプル数である。したがって、標本の自己相関 r_1 の95%の信頼区間は、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.2573 \quad (6.4.1)$$

となる。この範囲を超えれば、MA(0) でない可能性がある。

また、同様に、真の確率過程が AR(0) の時には、標本の偏自己相関 ϕ_{11} の分散が $\text{var}(\phi_{11})=1/T$ となる [8]。したがって、標本の自己相関 ϕ_{11} の95%の信頼区間は、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.2573$$

となり、この範囲を超えれば、AR(0) でない可能性がある。

図2より、ラグ2,3期などにおいて信頼区間を超えていることから、階差のデータ系列は MA(0) でも、AR(0) でもないといえる。

(2) ADF 検定

次に単位根過程の検定を行う。Rにおいて拡張されたディッキー・フラー検定 (ADF 検定) を行う `ur.df(){urca}` 関数を用いた [18, 20]。結果は、階差のデータ系列は有意水準1%にて、「単位根過程である」を棄却できた。

(3) ARIMA モデルへの推定

Rにおける `auto.arima(){forecast}` 関数を用

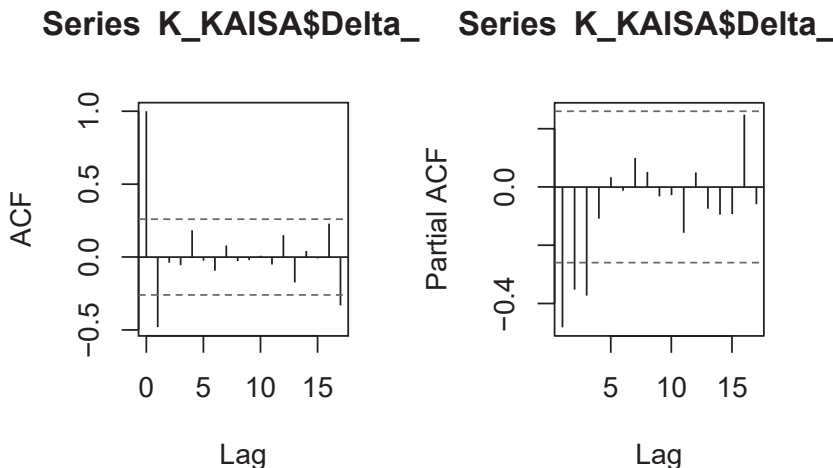


図2 自己相関関数と偏自己相関関数

いた [18, 20]。AIC 基準 [10, 11] に基づき選定すると、平均 0 でない ARIMA(0,0,1) を得た。

(4) 考察

階差のデータ系列は、定常過程であることがわかる。

6.4.2 階差の分散

(5.3.12) 式を用いて、予測誤差の分散を求める。結果を表 6 に示す。

表 6 階差モデルの予測誤差の分散

	予測誤差の分散
KAISA	332.11

6.5 比較

3つのモデルによる予測誤差の分散、予測区間の中を表 7 に示す。予測区間の中とは、それぞれの予測誤差を正規ホワイトノイズとみなしていることから、内示モデル、階差モデルについては、

$$95\% \text{ 予測区間の中} = 2 \times 1.96 \times \sqrt{\text{MSE}(\hat{d}_{t,t+1})} \quad (6.5.1)$$

VECM/VAR モデルでは、

$$95\% \text{ 予測区間の中} = 2 \times 1.96 \times \sigma_x \quad (6.5.2)$$

を用いた。

表 7 より、

- ① 予測誤差の分散と 95% 信頼水準に基づく予測区間中を基準にすれば、内示モデルのそれらが最も小さく、階差モデルが一番大きくなった。VECM/VAR モデルはその中間である。

- ② VECM/VAR モデル（1 期先内示を使う場合）の予測区間中を 100 とすると、階差モデルでは 128.8、内示モデル（1 期先内示）は 59.0 となった。このことから、内示モデルの 95% 信頼水準による予測区間中は、VECM/VAR モデル（1 期先内示）に比べて、約 60% の区間中であることから、内示モデルの予測精度は約 1.7 倍（ $\approx 55.46/32.74$ ）良好であることを示している。

- ③ VECM/VAR モデルにおいて、1 期先内示と 2 期先内示を使うに際しては、1 期先内示の方が予測区間中は小さく、2 期先内示の方が大きくなった。経験的に先の期の予測誤差ほど大きくなるが、実証結果はこれを支持している。

- ④ 内示モデルにおいても、1 期先内示と 2 期先内示を使う場合を比較すると、1 期先内示の方が予測区間中は小さくなった。調達リードタイムが長くなると、1 期先内示に加えて 2 期先内示を使う場合があるが、たとえ、（予測誤差の分散がより大きい）2 期先内示を使った場合での予測区間中は、VECM/VAR モデル（1 期先内示）に比べて 78.6% であり、他の方法の場合に比べても小さい（予測精度が良い）ことがわかる。

以上のことから、内示モデルの予測性能は階差モデル、VECM/VAR モデルより、予測精度が良く、優位にあることがわかった。

表 7 予測性能の比較

	内示モデル		VECM/VAR モデル		階差モデル
	1 期先内示	2 期先内示	1 期先内示	2 期先内示	
予測誤差の分散	69.76	123.73	200.16	229.30	332.11
95% 予測区間の中	32.74 (59.0)	43.60 (78.6)	55.46 (100)	59.36 (107.0)	71.44 (128.8)

6.6 考察

内示モデルの予測性能が優位性をもつことの原因を定性的に述べる。(5.2.2)式の誤差修正モデル(VECM)をもちいて、それぞれのモデルとの関係と予測誤差について考察する。(5.2.2)(5.2.6)式より

$$\Delta X_t = \Gamma \Delta X_{t-1} + \alpha(\beta' X_{t-2}) + \mu + \epsilon_t \quad (6.6.1)$$

である。

(1) まず、VECM/VARモデルの場合について考察する。予測誤差の分散は、(6.6.1)式における ϵ_t によるものである。残差 $\hat{\epsilon}_t$ は、

$$\hat{\epsilon}_t = \Delta X_t - \hat{\Gamma} \Delta X_{t-1} - \hat{\alpha}(\hat{\beta}' X_{t-2}) - \hat{\mu} \quad (6.6.2)$$

であり、分散は確定注文に対して σ_x^2 、内示に対して σ_y^2 である。 $\hat{\Gamma}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\mu}$ における記号の \wedge は推定値を表す。モデルのパラメータが推定された後の残差 $\hat{\epsilon}_t$ には、①モデルパラメータが真の値以外に推定されたことによる誤差と②モデルパラメータが真の値に推定されたときの元々のデータのばらつきとが混在して含まれている。すなわち、残差 $\hat{\epsilon}_t$ には $\Delta X_t, \hat{\Gamma} \Delta X_{t-1}, \hat{\alpha}(\hat{\beta}' X_{t-2}), \hat{\mu}$ の各項目における①②によるばらつきが影響する。

(2) 次に、内示モデルの場合について述べる。前報[9]により「内示データを用いて求めた共和分の関係式 $\hat{\beta}' X_{t-2}$ は、 $K - (\text{係数}) \times \text{fl}$ となり、係数は1.0に近い」ことが示されている。 $K - 1.0 \times \text{fl}$ の式は、内示のブレを表わしていることから、共和分の関係式 $\hat{\beta}' X_{t-2}$ は内示のブレを示している。すなわち、内示モデルの誤差 $\epsilon_{t+1}^{(1)}$ は、

$$\epsilon_{t+1}^{(1)} = d_{t+1} - \bar{d}_{t,t+1} - \mu_1 \approx \hat{\beta}' X_{t+1} \quad (6.6.3)$$

であり、 $\hat{\beta}' X_{t+1}$ の項のみに関係する。 $\hat{\beta}' X_{t+1}$ は、VECMにおいて誤差修正項と呼ばれる部分であり、Granger表現定理より定常過程になり、長期的に均衡する(平均に回帰する)項である

[10, 11]。共和分回帰式を求めるのに、誤差項が正規過程である場合は、最良線形推定量となり、線形かつ不偏推定量の中で最小の分散(効率性)を持つ。また、誤差項が正規過程でない場合でもサンプルが大きい場合は漸近理論から誤差項が正規分布に収束し、漸近的に効率(分散最小)であることが知られている。

内示モデルにおける1期先の予測誤差の分散は、 $\epsilon_{t+1}^{(1)}$ によるものである。モデルパラメータが推定された後の残差には、①モデルパラメータが真の値以外に推定されたことによる誤差と②モデルパラメータが真の値に推定されたときの元々のデータのばらつきとが混在して含まれている。すなわち、誤差修正項 $\hat{\beta}' X_{t+1}$ における①②によるばらつきが影響し、残差 $\epsilon_{t+1}^{(1)}$ が正規性を持っている場合には分散最小となることから、内示モデルの分散はVECM/VARモデルより小さくなる。

(3) 階差モデルは、(6.6.1)式において、第2項がなく、かつ $\Gamma = I$ (単位行列)と置いた場合である。パラメータが適正に決められたVECM/VARモデルの残差

$$\hat{\epsilon}_t = \Delta X_t - \hat{\Gamma} \Delta X_{t-1} - \hat{\alpha}(\hat{\beta}' X_{t-2}) - \hat{\mu} \quad (6.6.4)$$

に対して、さらにモデルを変更して定式化していることになる。VECM/VARモデルより分散は大きくなる。

7. おわりに

本論文は、内示のもつ予測可能性の優位性に対する基礎的研究に関するものである。今回の論文では、以下の点を明らかにした。

- (1) 内示を含む需要プロセスの厳密な記述法を提案し、これをベースとして予測モデルを導出した。
- (2) 内示の特性を整理した。内示は調達部門における内示提示業務の中で、定期定例性を持ち、先行性、需要変動への追従性、予測

可能性などに優位性があり、また、内示のブレの平均回帰性（長期均衡性）を有することを指摘した。一方では、その不確実性・あいまい性の特性のために内示数量を生産計画・発注計画に直接的に反映しにくくしていることを述べた。

- (3) 内示のブレが定常過程である特性を利用して、内示プロセスにおいて内示情報を用いた需要モデル（内示モデル）を提案した。
- (4) 定常過程の予測についての代表的な階差モデル、誤差修正モデルと比較して、内示モデルの予測性能が優位にあることを実証的に示した。すなわち、実データを用いて、内示モデル、VECM/VARモデル、階差モデルを用いた3つの方法について、その予測誤差の分散を算出し、95%信頼水準の下での予測区間の大きさを比較し、内示モデルが予測区間の中が小さい（狭い）ことから他の方法と比べて予測精度が良好であり、優位であることを明らかにした。
- (5) ベクトル誤差修正モデル（VECM）をもちいて、内示モデル、VECM/VARモデル、階差モデルとの関係と予測誤差について説明し、内示モデルの予測性能が優位性をもつことの理由を定性的に述べた。

今後の課題について述べる。

- (1) 対象品目を増やして、さらなる実証分析が求められる。BtoB取引にかかわる広い範囲に一般化できることを確認していくことが必要である。そのために、提示方式などの特性の異なる種々の内示データの分析が重要である。
- (2) 内示モデルの予測性能に優位性があることを実証的に示し、定性的に考察した。今後は、内示モデルが予測可能性において優位にあることの理論的な解明を行う [21]。
- (3) 内示プロセスに拘わらず一般的な定常過程

の予測方法として、VECM/VARモデルにおける共和分関係式 $\hat{\beta}'X_t$ を予測に活用する方法や条件について検討を進める。

- (4) 定常性を有する内示のブレの時系列特性に加えて、分布特性を解明し、「先行需要予測情報としての内示」と組み合わせた新しい発注管理法、在庫管理法 [22] の研究が求められる。実務的には、より少ないサンプルを用いてブレ分布を構成しなければならない場合や離散型分布の場合におけるリスク評価、信頼区間の算定方法などを考案する必要がある。
- (5) 従来研究 [7-9] と合わせて、内示プロセスにおいて内示情報を用いることの優位性・有効性の体系化を図り、内示情報の活用理論（内示の理論）を確立していくことが重要である。

不確実な時代において、需要変動が大きくなる中で、需要変動に追従し、欠品リスクを軽減するレジリエントな在庫管理・発注管理が求められる [23]。そのために、内示という先行需要予測情報の優位性を学術的に明らかにし、有効に活用する方法論に関する研究は非常に重要である。BtoB業務においてこれらの適用・普及により、発注・在庫補充の業務効率化、平準化、在庫破棄減、省資源化を図るとともに、持続可能社会の実現を目指していくことの意義は大きい。

謝辞：本研究に際して、本学メディアビジネス学部ビジネス情報学科の先生方からは貴重な研究書、参考文献の提供を受けたことに謝意を表します。なお、本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費基盤研究（C）-18K01555の助成を受けている。

参 考 文 献

- [1] A. G. de Kok and S. C. Graves 共編、黒田 充、大野勝久監訳：サプライチェーンハンドブック、朝倉書店（2008）

- [2] 上野信行：内示情報と生産計画—持続可能な社会における先行需要情報の活用—, 朝倉書店 (2011)
- [3] 上野信行, 田口雄基, 奥原浩之：AVaR に基づいた週間生産計画法の提案—ゲーム理論的アプローチ—, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌 TORSJ, 58, pp. 101-121 (2015)
- [4] 上野信行, 川崎雅也, 奥原浩之：内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案, システム制御情報学会誌, Vol. 23, No. 7, pp. 147-156 (2010)
- [5] 上野信行, 角本清孝, 奥原浩之：内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案 (II)—未達率指標の特性解析と基点在庫方策との比較—, システム制御情報学会誌, Vol. 24, No. 3, pp. 43-53 (2011)
- [6] 上野信行, 高橋周平, 奥原浩之：内示情報を用いた生産計画システムの分類と活用手順, 日本経営システム学会誌, Vol. 28, No. 1, pp. 27-36 (2011)
- [7] 美馬愛理, 上野信行, 熊谷賢治, 藤田達也, 吉岡靖時, 辻 清明：内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法—離散型プレ分布とリスク評価指標による多品種少量生産部品の手配業務標準化—, 機械学会システム生産部門研究発表講演会予稿集 (2021.3.8~3.9)
- [8] 上野信行：内示理論—不確実な需要環境における先行需要予測情報の活用法の体系化—, 経済研究論集, 第43巻, 第3号, pp. 25-42 (2021.3)
- [9] 上野信行, 得津康義：内示データの時系列特性の分析, 経済研究論集, 第44巻, 第2号, pp. 5-19 (2021.11)
- [10] Walter Enders 著, 新谷元嗣, 藪 友良訳：実証のための計量時系列分析, 有斐閣 (2019)
- [11] 沖本竜義：経済・ファイナンスデータの計量時系列分析, 朝倉書店 (2019)
- [12] J. D. Hamilton 著, 沖本竜義, 井上智夫訳：時系列解析 (上) 定常過程編, シーエービー出版 (2006)
- [13] D. C. Heath and P. L. Jackson: Modeling the evolution and demand forecasts with application to safety stock analysis in production/distribution systems, IIE Transactions, Vol. 26, No. 3, pp. 17-30 (1994)
- [14] 田中勝人：現代時系列分析, 岩波書店 (2016)
- [15] Jeffrey M. Wooldridge: Introductory Econometrics: A Modern Approach, 7th Edition (AE 版), Cengage (2019)
- [16] Fumio Hayashi: Econometrics, Princeton University Press (2000)
- [17] 山本 拓：経済の時系列分析, 創文社現代経済学選書2, 創文社 (1988)
- [18] 間瀬 茂：R 基本統計関数マニュアル, <https://cran.r-project.org>
- [19] 川崎能典：Johansen の共和分検定について, 金融研究, 第11巻, 第2号, pp. 99-120 (1997)
- [20] 福地純一郎, 伊藤有希：R による計量経済分析, 朝倉書店 (2011)
- [21] Johansen, S.: Statistical Analysis of Cointegrating Vectors, Journal of Economic Dynamics and Control 12, pp. 231-254 (1988)
- [22] P. H. Zipkin: Foundation of Inventory Management, McGraw-Hill (2000)
- [23] 上野信行：レジリエンスに優れた内示生産システムの体系化についての考察—システム特性・分類・レジリエンスとその展開—, 県立広島大学論集, Vol. 7, No. 1, pp. 191-202 (2015)