

# 内示データの時系列特性の分析

上野 信行\*・得津 康義\*\*

## 概 要

BtoB (Business to Business) 取引において、内示は重要な役割を果たす。多くのメーカーは必要な部材、部品の調達に際して、サプライヤーへ事前に予定情報である「内示」を提示し、最終的に「確定注文」を伝達し、部材・部品の納入を指示する仕組みをとっている。

内示は、確定注文の先行的な情報ではあるが、確定注文が必ずしも、内示と同じになることは少なく、変化する。したがって、内示を活用する側は、内示は変化することを認識したうえで、活用せざるを得ない。そのために、変化の中にもなにかの有用な特性を見出すことが重要になる。内示と確定注文の差異を内示のブレと呼ぶことにする。ブレをブレ分布として表現し、発注計画、生産計画に活用している事例も見受けられる。

内示は、部材や部品の納入期限に先立って、メーカーの調達部門からサプライヤーに定時定例的に伝達されることから、その集積は、時系列データを構成する。内示のブレについても同様であり、これらを用いて有用な特性を見出すことが求められる。

本論文は、BtoB (Business to Business) 取引における内示のブレについて計量時系列分析の手法を用いて、内示とそのブレの時系列的特性を明らかにしようとするものである。内示、内示のブレ等の時系列データについて、自己相関関数と偏自己相関関数による分析、単位根検定、時系列モデルの推定、共和分検定等の計量分析手法を駆使して、内示のブレの定常性、内示と確定注文の間の共和分関係の有無、共和分の関係式と誤差修正モデル等の時系列的特性に関する分析を行う。

このような実証研究を通じて、BtoB 取引における内示とそのブレの特性を明らかにする。最後に、分析により得えられた結果、特に内示のブレの定常性の意味とそのモデル化について考察し、今後の課題について述べる。

キーワード：内示、計量時系列分析、定常性、共和分、誤差修正モデル

## 1. はじめに

BtoB (Business to Business) 取引において、内示は重要な役割を果たす [1, 2]。多くのメーカーは必要な部材、部品の調達に際して、サプライヤーへ事前に予定情報である「内示」を提示し、最終的に「確定注文」を伝達し、部材・部品の納入を指示する仕組みをとっている。内示により、メーカー側は短い納期で多種の部材・部品を安定的に確保でき、多様化する顧客のニーズに柔軟に応えることができる。一方、

サプライヤー側は、内示を参考に自社に必要な原材料、部材、部品の購買・生産準備に着手することができる [3, 4]。

内示は、確定注文の先行的な情報ではあるが、確定注文が必ずしも、内示と同じになることは少なく、変化する。したがって、内示を活用する側は、内示は変化することを認識したうえで、活用せざるを得ない。そのために、変化の中にもなにかの有用な特性を見出すことが重要になる。内示と確定注文の差異を内示のブレと呼ぶことにする。ブレをブレ分布として表現し、発注計画、生産計画に活用している事例 [5, 6] や内示プロセスの体系化 [7] の研究が見受け

\* 広島経済大学名誉教授

\*\* 広島経済大学経済学部教授

られる。

内示は、部材や部品の納入期限に先立って、メーカーの調達部門からサプライヤーに定時的に伝達されることから、その集積は、時系列データを構成する。内示のブレについても同様であり、これらを用いて有用な特性を見出すことが求められる。

本論文は、BtoB取引における2品目を対象に内示のブレについて計量時系列分析[8-10]の手法を用いて、内示とそのブレの時系列的特性を明らかにしようとするものである。具体的には、内示、内示のブレ等の時系列データについて、自己相関関数と偏自己相関関数による分析、単位根検定、時系列モデルの推定、共和分検定等の計量分析手法を駆使して、

- ①内示のブレの定常性
  - ②内示と確定注文の間の共和分関係の有無
  - ③共和分の関係式と誤差修正モデル (Vector Error Correction Model: VECM)
- 等の時系列的特性に関する分析を行う。

経済・金融等の分野において用いられる分析アプローチ[11, 12]を参照し、BtoB取引における内示とそのブレの特性を明らかにする。最後に、分析により得えられた結果、特に内示のブレの定常性の意味とそのモデル化について考察する。

本論文の構成は、  
 2章では、内示の仕組み  
 3章では、計量時系列分析  
 4章では、時系列分析(1)生産財の部品の場合  
 5章では、時系列分析(2)消費財の部品の場合  
 6章では、内示のブレの時系列特性に対する考察である。

## 2. 内示の仕組み

### 2.1 内示

内示は、図1のように、メーカーからの確定注文に先立って、サプライヤーの製造着手以前

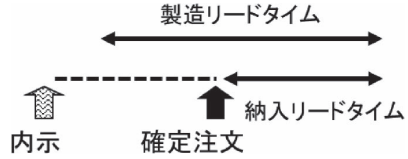


図1 内示の仕組み (論文 [5] 再掲)

表1 当期から見てn期先までの内示 (論文 [5] 再掲)

	当期	1期先	2期先	...	n期先
注文/内示	確定注文	内示1	内示2	...	内示n

に、定期定例的に、提示される。確定注文時期までに複数回の内示が提示される場合もある。例えば、3か月前に1回目、2か月前に2回目、1か月前に3回目の内示が提示されるなどである。また、1回の内示提示のタイミングに複数期の内示が提示される場合もある。例えば、毎週末に、翌々週の月～金曜日までの5日分の内示が提示される場合である。

一般化すると、n期前に初めての内示が提示され、逐次に、2期前内示、1期前内示が提示され、最終的には確定注文がなされる。このことは、当期から将来を見た場合には、表1に示すように1期先、2期先、...、n期先までの内示が提示されることを示している[5]。したがって、内示がn期前から始まる場合には、1期先、2期先、...、n期先までのn種の内示の時系列データが存在する。

これらは、取引企業間にて商習慣的に決められている。内示は、通常は企業間ネットワークを用いて伝達される。

### 2.2 内示のブレ

多くの場合に、内示に対して確定注文は異なり、内示と確定注文の数量の差異を「内示のブレ」と呼ぶ。内示が複数回ある場合には、i期前の内示と確定注文の差を「i期前内示のブレ」

と呼ぶ。単に「内示のブレ」とも呼ぶこともある。

$$i \text{ 期前内示のブレ} = \text{確定注文数量} - i \text{ 期前内示数量} \quad (2.1)$$

である。

内示が  $n$  期前から始まる場合には、 $n$  種の内示のブレの時系列データが存在することになる。

### 3. 計量時系列分析

分析と結果の解釈に必要な語句の定義を述べる [8, 9]。

時間とともに変化する確率変数の列  $\{y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_T\}$  を確率過程といい、 $\{y_t\}$  と表現する。

#### 【定義】(ホワイトノイズ)

- ①  $E[\varepsilon_t] = 0, \forall t$
- ②  $E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2, \forall t$
- ③  $E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}] = 0, \forall t, \forall s \neq 0$

が成立するとき  $\{\varepsilon_t\}$  はホワイトノイズ (white noise) と呼ばれる。平均 0, 分散一定, 時間を通じて互いに無相関な確率過程である。ただし、 $\sigma^2$  は有限の定数である。

#### 【定義】(定常性)

$\{y_t\}$  が共分散定常過程 (stationary process) なら、

- ①  $E[y_t] = \mu, \forall t$
- ②  $E[(y_t - \mu)^2] = \sigma^2, \forall t$
- ③  $\text{Cov}[y_t, y_{t-s}] = E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = \gamma_s, \forall t, \forall s \neq 0$

が成立する。ただし、 $\mu, \sigma^2, \gamma_s$  は有限の定数である。 $\gamma_s$  を自己共分散といい、時間差のみに依存する。共分散定常過程は、弱定常過程とも呼ばれる。本論文では、単に定常過程と呼ぶ。

#### 【定義】(自己相関)

$\{y_t\}$  が共分散定常過程であれば、 $y_t$  と  $y_{t-s}$  との自己相関 (autocorrelation) は、

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} \quad (3.1)$$

と定義される。

すなわち、相関係数  $\rho_s$  は、

$$\rho_s = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t-s})}{\sqrt{\text{var}(y_t)\text{var}(y_{t-s})}} = \frac{\gamma_s}{\sqrt{\gamma_0\gamma_0}} = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} \quad (3.2)$$

であるから、自己相関  $\rho_s$  は、 $y_t$  と  $y_{t-s}$  との相関係数 (correlation coefficient) である。

自己相関  $\rho_s$  を  $s$  の関数とみなしたものは、自己相関関数 (autocorrelation function: ACF) あるいは、コレログラム (correlogram) と呼ばれる。

#### 【定義】(偏自己相関)

$y_t$  と  $y_{t-s}$  の偏自己相関 (partial autocorrelation)  $\phi_{ss}$  は、 $y_{t-1}, \dots, y_{t-s+1}$  の影響を除いたうえで、 $y_t$  と  $y_{t-s}$  の直接的な相関を表す。偏自己相関  $\phi_{ss}$  を  $s$  の関数とみなしたものは、偏自己相関関数 (partial autocorrelation function: PACF) と呼ばれる。

次数  $q$  の移動平均過程 (moving average process)  $MA(q)$  は、

$$y_t = \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.3)$$

とあらわされる。なお、 $\varepsilon_t$  はホワイトノイズである ( $\beta_0 = 1$  と標準化されている)。

$p$  次の自己回帰過程 (autoregressive process)  $AR(p)$  は、

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

と表記される。

自己回帰移動平均過程 (autoregressive moving average process)  $ARMA(p, q)$  とは、

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.5)$$

と表記される。ここで、 $a_0, a_i, \beta_i$  は有限の定数である ( $\beta_0 = 1$ )。

$\{y_t\}$  に  $d$  個の単位根があるとき、 $\{y_t\}$  は  $d$  次の和分過程 (integrated process of order  $d$ ) とよばれ、 $I(d)$  過程と表記される。この時、(3.5) 式は、自己回帰和分移動平均過程 (autoregressive integrated moving average process) と称され、 $ARIMA(p, d, q)$  と表記される。

#### 4. 時系列分析 (1) 生産財の部品の場合

##### 4.1 対象

ある生産財の部品 (A 部品という) を生産するサプライヤーは、毎月 (N 月) 中旬に先 2 か月 (N+1 月, N+2 月) までの内示の提示を受ける。そして、当月初に確定注文をうけ、当月末までに納品する。翌月 (N+1 月) になるとさらに、翌々月 (N+2 月)、翌々々月 (N+3 月) の内示が提示される。ローリング型の内示提示方式である。1 期先内示と 2 期先内示の 2 つの時系列を持ち、内示のブレは主にメーカーの顧客の需要変動に起因するものであると思われる。

まず、内示のブレについての定常性分析を行う。次に、内示系列そのものの定常性分析を行い、最後に確定注文と内示間の共和分分析を行う。これらはすべて R を用いて分析を行った [13]。データは指数化している。

##### 4.2 内示のブレの分析

###### (1) 自己相関関数と偏自己相関関数

1 か月前内示と確定注文数量の差を 1 か月前内示のブレ (df1 と略す)、2 か月前内示と確定注文数量の差を 2 か月前内示のブレ (df2 と略す) と呼ぶ。df1, df2 の自己相関関数あるいは、コログラムと偏自己相関関数を図 2 に示す。

標本の自己相関、標本の偏自己相関を用いた

検定では、真の確率過程が MA(0) の時には、標本の自己相関  $r_1$  の分散が  $\text{var}(r_1) = 1/T$  となることを利用する [8]。ここで  $T$  はサンプル数である。したがって、標本の自己相関  $r_1$  の 95% の信頼区間は、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.2551 \quad (4.1)$$

となる。この範囲を超えれば、MA(0) でない可能性がある。分析結果の ACF 図より、df1, df2 の標本自己相関は信頼区間の範囲にあることから、MA(0) である可能性が高い。

また、同様に、真の確率過程が AR(0) の時には、標本の偏自己相関  $\phi_{11}$  の分散が  $\text{var}(\phi_{11}) = 1/T$  となる [8]。したがって、標本の自己相関  $\phi_{11}$  の 95% の信頼区間は、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.2551$$

となる。この範囲を超えれば、AR(0) でない可能性がある。

分析結果の PACF 図より、df1, df2 の標本偏自己相関は信頼区間の範囲にあることから、AR(0) である可能性が高い。

したがって、内示のブレは、AR(0) かつ MA(0) であると推定できる。

###### (2) ADF 検定

次に単位根過程の検定を行う。R において拡張されたディッキー・フラー検定 (ADF 検定) を行う `ur.df()` {urca} 関数を用いた [13]。

結果は、

① 1 か月前内示のブレ df1 に対して有意水準 1% にて、「単位根過程である」を棄却できた。

② 2 か月前内示のブレ df2 に対して有意水準 1% にて、「単位根過程である」を棄却できた。

###### (3) ARIMA モデルへの推定

R における `auto.arima()` {forecast} 関数を用いた [13]。(2) 項において単位根過程である

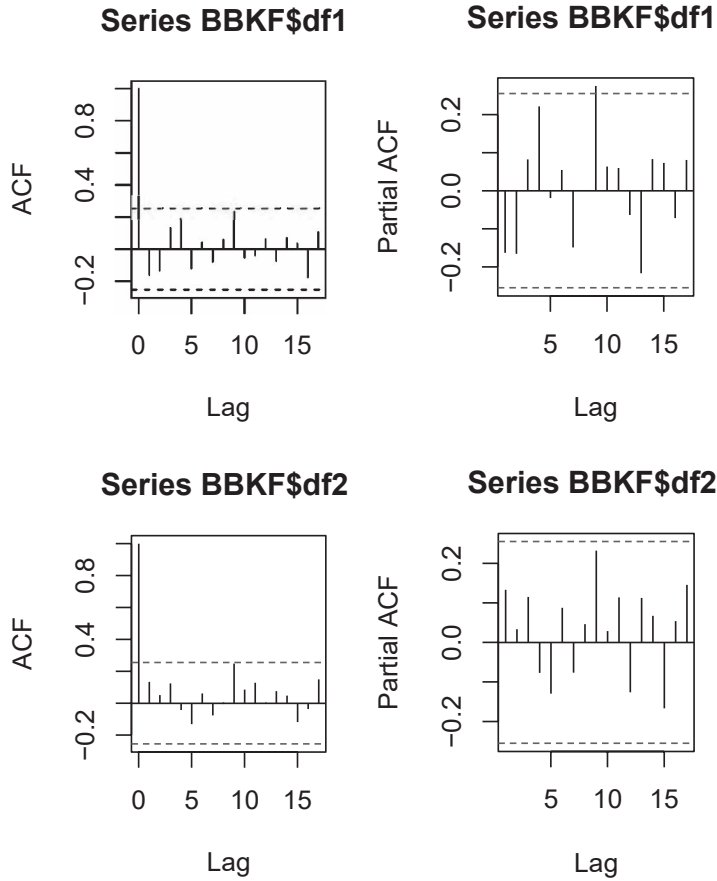


図2 自己相関関数と偏自己相関関数

ことが棄却されていることを前提にモデルを推定する。AIC 基準 [8, 9] に基づき選定すると、平均値 0 をもつ  $ARIMA(0,0,0)$  を得た。(3.5) 式において  $y_t \rightarrow df1_t, df2_t$  とし、 $p=q=0$  と置き換えると、

$$df1_t = a_{01} + \varepsilon_{1t} \tag{4.2}$$

$$df2_t = a_{02} + \varepsilon_{2t} \tag{4.3}$$

の推定モデルを得る。ここで、 $\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}$  はホワイトノイズであり、 $a_{01}, a_{02}$  は定数である。このことから  $df1, df2$  は、定数項とホワイトノイズの和で表現できることがわかる。

(4) まとめ

- ① 1 か月前内示のブレ  $df1$ 、2 か月前内示のブレ  $df2$  について、ACF, PACF 図の解析、ADF

検定、モデルの推定の 3 つの方法を用いて解析した結果は、内示のブレの時系列データは定常過程であることがわかる。

- ② 推定モデルとして、モデルは定数項とホワイトノイズの和で表現できる。

### 4.3 内示の分析

1 か月前内示 ( $f1$  と略す)、2 か月前内示 ( $f2$  と略す)、確定注文 ( $K$  と略す) のそれぞれの過程に対して、定常過程かそうでないかの検定を行う。

(1) ADF 検定

単位根過程の検定 (ADF 検定) を行う。R における `ur.df()` (`urca`) 関数を用いた。

- ① 1 か月前内示  $f1$  に対して有意水準 10% でも、

- 「単位根過程である」を棄却できなかった。
- ② 2 か月前内示  $f_2$  に対して有意水準10%でも、「単位根過程である」を棄却できなかった。
- ③ 確定注文  $K$  に対して、有意水準10%でも、「単位根過程である」を棄却できなかった。

#### (2) ARIMA モデルへの推定

R における `auto.arima()`{forecast} 関数を用いた。(1) において単位根過程であることが棄却されなかったことを前提にモデルを推定すると、 $K$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  の両方に対して ARIMA(0,1,1) を得た。すなわち、1 次の和分過程となった。

#### (3) まとめ

- ① 1 か月前内示  $f_1$ , 2 か月前内示  $f_2$ , 確定注文  $K$  の系列は、定常過程ではない。
- ② 1 か月前内示  $f_1$ , 2 か月前内示  $f_2$ , 確定注文  $K$  の系列は、AIC 基準によると 1 次の和分過程である。

### 4.4 内示と確定注文の共和分分析

1 次の和分過程  $I(1)$  である変数の線形結合が定常変数になることを「共和分関係にある (cointegrated)」と表現される。

#### 【定義】 (共和分)

$x_t$  と  $y_t$  を  $I(1)$  過程とするとき、 $ax_t + by_t$  が定常過程となる  $a$  と  $b$  が存在するとき、 $x_t$  と  $y_t$  の間に共和分の関係があるという。この時、ベクトル  $(a, b)$  の転置は共和分ベクトル (cointegrating vector) と呼ばれる。

単一の系列が非定常過程にあったとしても、異なる非定常過程の系列との組み合わせが定常

過程の性質を持つということを表しており、多くの検定法がある [8, 9]。

#### (1) 分析方法

エンゲル＝グレンジャーの方法 (EG 検定と略す)、フィリップス・オーリアリス検定 (PO 検定と略す)、ヨハンセンの方法 (Johansen 検定と略す) の3種の方法を適用した。R においては、PO 検定 `ca.po()`{urca} 関数、Johansen 検定 `ca.jo()`{urca} 関数を用いた。なお、EG 検定では、回帰式の残差の分析に ADF 検定 `ur.df()`{urca} 関数を用いた。

#### (2) 検定結果

##### ① EG 検定結果

表2に結果を示す。

##### a. $K \sim f_1$

$K \sim f_1$  について共和分回帰式  $K = 0.8975 \times f_1 + 1.3742$  が得られ、かつ残差の平均は0である。残差に対し単位根検定を行うと、有意水準1%にて「単位根過程である」を棄却できた。モデルの推定結果は ARIMA(0,0,0) であった。

これらのことから、残差はホワイトノイズであり、 $K \sim f_1$  は共和分関係にある。

##### b. $K \sim f_2$

$K \sim f_2$  について共和分回帰式  $K = 0.7771 \times f_2 + 3.6472$  が得られ、かつ残差の平均は0である。残差に対し単位根検定を行うと、有意水準1%にて「単位根過程である」を棄却できた。モデルの推定結果は ARIMA(0,0,0) であった。これらのことから、残差はホワイトノイズであり、 $K \sim f_2$  も共和分関係にある。

表2 EG 検定結果

	共和分回帰式	残差の平均	残差の単位根検定	ARIMA モデルの推定
$K \sim f_1$	$0.8975 \times f_1 + 1.3742$	0	有意水準1%にて棄却	ARIMA(0,0,0)
$K \sim f_2$	$0.7771 \times f_2 + 3.6472$	0	有意水準1%にて棄却	ARIMA(0,0,0)



② PO 検定結果

共和分回帰式を求めるのに、定数項ありか無しかにより2ケースの検定を行った。表3に結果を示す。

a. K~f1

定数項がある (const) 場合には、共和分回帰式  $K = 0.8975 \times f1 + 1.3742$  が得られ、有意水準5%にて「共和分の関係がない」を棄却できた。また、定数項がない (none) 場合については、共和分回帰式  $K = 0.9217 \times f1$  が得られ、有意水準1%にて「共和分の関係がない」を棄却できた。したがって、K~f1は共和分の関係にある。

b. K~f2

定数項がある (const) 場合および定数項がない (none) 場合についても、有意水準1%にて「共和分の関係がない」を棄却できた。したがって、K~f2は共和分の関係にある。

③ Johansen 検定結果

トレース検定 (trace) か最大固有値検定 (eigen)、また定数項がある (const) 場合か定数項がない (none) 場合の4種の組み合わせのケースについて分析した。表4に結果を示す。なお、トレース検定 (trace) では、帰無仮説「独立な共和分ベクトルの個数が  $r$  以下である」を対立仮説「独立な共和分ベクトルの個数が  $r$  より大きい」に対して検定する場合であり、また、最大固有値検定 (eigen) では、帰無仮説「共和分ベクトルの個数が  $r$  である」を対立仮

表3 PO 検定結果

	ケース	共和分回帰式	PO 検定結果
K-f1	const	$0.8975 \times f1 + 1.3742$	有意水準5%にて棄却
	none	$0.9217 \times f1$	有意水準1%にて棄却
K-f2	const	$0.7771 \times f2 + 3.6472$	有意水準1%にて棄却
	none	$0.8354 \times f2$	有意水準1%にて棄却

説「共和分ベクトルの個数が  $r+1$  である」に対して検定する。

a. K~f1

トレース検定 (trace)、最大固有値検定 (eigen) の4つのケースすべてにおいて、共和分ランクは1であり、帰無仮説が棄却されたことから共和分関係が1つあることが分かる。

また、表4の const/eigen のケースでは、共和分ベクトルは (1.0000 -0.9457 1.0983) の転置であることから、長期均衡誤差  $\epsilon_t$  は、

$$\epsilon_t = K_t - 0.9457 \times f1_t + 1.0983 \quad (4.4)$$

となる。また、誤差修正モデル (Vector Error Correction Model: VECM) における  $\Delta K$ ,  $\Delta f1$  に対する誤差修正項のみを示すと、

$$\Delta K: -0.9285 \times \epsilon_t$$

$$\Delta f1: 0.4997 \times \epsilon_t$$

である。ここで、 $\Delta$  は階差をとることを表す。

表4 Johansen 検定結果

	ケース	共和分ランク	共和分ベクトル	調整速度係数
K-f1	const/trace	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9457 \\ 1.0983 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.9285$ $\Delta f1: 0.4997$
	none/trace	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9458 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.9257$ $\Delta f1: 0.5027$
	const/eigen	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9457 \\ 1.0983 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.9285$ $\Delta f1: 0.4997$
	none/eigen	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9458 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.9257$ $\Delta f1: 0.5027$
K-f2	const/trace	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.8544 \\ 0.3587 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.5924$ $\Delta f2: 0.3918$
	none/trace	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.8546 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.5912$ $\Delta f2: 0.3933$
	const/eigen	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.8544 \\ 0.3587 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.5924$ $\Delta f2: 0.3918$
	none/eigen	1	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.8546 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.5912$ $\Delta f2: 0.3933$

また、 $-0.9285$ ,  $0.4997$ は、調整速度係数と呼ばれ、誤差をシステムに送り出す程度をあらわしている。調整速度係数としては、 $\Delta K$ に対して、マイナス ( $-0.9285$ )、 $\Delta f1$ に対してプラス ( $0.4997$ ) である。誤差  $\epsilon_t > 0$  の場合には  $K$  を減少させ、 $f1$ を増加するように調整することを示している。

#### b. $K \sim f2$

トレース検定 (trace)、最大固有値検定 (eigen) の4つのケースすべてにおいて、共和分ランクは1であり、帰無仮説が棄却されたことから共和分関係が1つあることがわかる。

表4の const/eigen のケースで、共和分ベクトルは  $(1.0000 \ -0.8544 \ 0.3587)$  の転置であることから、長期均衡誤差  $\epsilon_t$  は、

$$\epsilon_t = K_t - 0.8544 \times f2_t + 0.3587 \quad (4.5)$$

が得られる。また、 $\Delta K$ ,  $\Delta f2$ に対する誤差修正項のみを示すと、

$$\Delta K: -0.5924 \times \epsilon_t$$

$$\Delta f2: 0.3918 \times \epsilon_t$$

である。

調整速度係数としては、 $\Delta K$ に対して、マイナス ( $-0.5924$ )、 $\Delta f1$ に対してプラス ( $0.3918$ ) である。 $\epsilon_t > 0$  の場合には  $K$  を減少させ、 $f2$ を増加するように調整することを示している。

#### ④まとめ

以上の結果から、 $K \sim f1$ ,  $K \sim f2$ については、「共和分関係がある」と結論できる。

#### 4.5 共和分関係式の評価

3つの共和分検定の結果として得られた関係式 (共和分回帰式) とその残差の標準偏差の比較を行う。結果を表5に示す。

表5より、EG 検定、PO 検定 (const) は同じ結果を得た。両者とも OLS 推定によるものである [14, 15]。

次に、関係式の  $f1$ の係数を比較する。 $0.8975$  (EG 検定) から  $0.9458$  (Johansen 検定) であり、関係式の係数は比較的よく似ており、かつ大略1.0に近い。また、関係式の  $f2$ の係数を比較する。 $0.7771$  (EG 検定) から  $0.8546$  (Johansen 検定) であり、関係式の係数は比較的似ており、かつ比較的1.0に近い。

各関係式を用いた時の残差の分散を比較する。標準偏差は、EG 検定、PO 検定 (const)、PO 検定 (none)、Johansen 検定 (const)、Johansen 検定 (none) の順に大きくなっている。EG 検定、PO 検定 (const) は、OLS 推定であることから、誤差項が正規分布である場合あるいは、サンプルが大きい場合には誤差項は漸近理論から正規分布に収束することから、最小分散になるはずである [14, 15]。それ以外の関係式に

表5 共和分関係式

		EG 検定	PO 検定		Johansen 検定		
			const	none	const	none	
K-f1	関係式	$0.8975 \times f1 + 1.3742$	$0.8975 \times f1 + 1.3742$	$0.9217 \times f1$	$0.9457 \times f1 - 1.0983$	$0.9458 \times f1$	
	残差	分散	63.53	63.53	63.81	64.64	64.65
		標準偏差	7.97	7.97	7.99	8.04	8.041
K-f2	関係式	$0.7771 \times f2 + 3.6472$	$0.7771 \times f2 + 3.6472$	$0.8354 \times f2$	$0.8544 \times f2 - 0.3587$	$0.8546 \times f2$	
	残差	分散	92.14	92.14	94.16	95.68	95.70
		標準偏差	9.60	9.60	9.70	9.782	9.783



ついて、標準偏差は  $f1$  では、7.97から8.041、 $f2$  では9.60から9.783であり、検定手法によって異なるが、ほぼ似ている。

#### 4.6 調整速度係数による誤差調整力

次の期  $t+1$  への「誤差調整力 EA (Error adjustment)」を定義する。誤差調整力 EA は、誤差  $> 0$  に対して、 $K$  にはマイナス、 $f1$ あるいは $f2$ に対してプラスであり、これらが同時に作用し、次期への修正効果をもたらすと解釈できることから、誤差調整の方向も加味して、その大きさは、

$$\text{誤差調整力 } EA = \Delta K_t \text{ の調整速度係数 } -\Delta f1_t \text{ (あるいは、} \Delta f2_t \text{) の調整速度係数} \quad (4.6)$$

と考える。

$K \sim f1$  の const の場合において  $\Delta K$  への調整速度係数  $-0.9285$ 、 $\Delta f1$ への調整速度係数 $0.4997$ であることから、誤差調整力 EA は、 $-0.9285 - 0.4997 = -1.4282$ である。すなわち、誤差  $\epsilon_t > 0$  の時には、 $-$  (マイナス) に作用することを表している。

同様な議論で、 $K \sim f2$  の const の場合において  $\Delta K$  への調整速度係数  $-0.5924$ と  $\Delta f2$ への調整速度係数 $0.3918$ であることから、誤差調整力 EA は、 $-0.5924 - 0.3918 = -0.9842$ となる。

誤差調整力 EA の意味を述べる。誤差調整力 EA は、定義から確定注文の次の期への変化代と内示の次の期への変化代の総和であるから、いわば、内示のブレの次の期への変化代 (調整代) である。すなわち、 $K$  を減少することと  $f1$  (あるいは、 $f2$ ) を増加させることによって、同時効果として、内示のブレを小さくしているのである。

誤差調整力 EA を比較すると新たな知見を得る。1か月前内示とのブレ  $df1$  と2か月前内示とのブレ  $df2$  の調整力を比較すると、表6に示すように、 $df1$ への調整力の方が  $df2$ への調整力

表6 誤差調整力 EA

	ケース	調整速度係数	誤差調整力
K-f1	const	$\Delta K: -0.9285$ $\Delta f1: 0.4997$	-1.4282
	none	$\Delta K: -0.9257$ $\Delta f1: 0.5027$	-1.4284
K-f2	const	$\Delta K: -0.5924$ $\Delta f1: 0.3918$	-0.9842
	none	$\Delta K: -0.5912$ $\Delta f1: 0.3933$	-0.9845

より (絶対値で) 大きいことを示している。これは、より直近の期になるほど調整力が大きくなり、ブレを小さくする効果がある、あるいは、ブレを小さくしたいためにより直近になるほど調整力を大きく発揮している結果が表れているといえる。 $n$  種の内示がある場合に、一般的に、近い期の内示であるほど、ブレのばらつきが小さいことが経験的に知られているが、実証分析結果はこのことを支持している。

ただし、品目によれば、確定注文タイミングから遠い期の内示 (早い時期に提示された内示) のブレが、結果としてばらつきが小さい場合がある。この時は、遠い期の内示のブレの誤差調整力 EA が (絶対値で) 大きくなると思われるが、内示のブレのばらつきと誤差調整力の関係を明らかにすることは今後の課題である。

いずれにしても、誤差調整力 EA はそれぞれの内示のブレに対する調整力を特徴づけており、内示のブレの分散とともに、内示の精度を比較するときの参考指標として活用できる。

#### 4.7 分析結果

- ① 1か月前内示のブレ  $df1$ 、2か月前内示のブレ  $df2$ について、両者とも定常過程であり、推定モデルは、ARIMA(0,0,0) である。定数項とホワイトノイズの和で表現できる。
- ②内示  $f1, f2$ 、確定注文  $K$  は  $I(1)$  過程である。
- ③内示と確定注文の間には共和分の関係がある。

- ④長期均衡誤差の関係式の係数は、検定方法により異なるが、1か月前内示  $df_1$  の場合は、0.8975 (EG 検定) から0.9458 (Johansen 検定) であり、大略1.0に近い。2か月前内示  $df_2$  の場合は、0.7771 (EG 検定) から0.8546 (Johansen 検定) であり、関係式の係数はよく似ており、比較的1.0に近い。
- ⑤長期均衡誤差の調整力は、1か月前内示のブレへの調整力の方が2か月前内示のそれより大きい。

## 5. 時系列分析 (2)一消費財の部品の場合

### 5.1 対象

ある消費財の部品 (B 部品という) を生産するサプライヤーは、メーカーから毎週金曜日に翌々週の1週間分の日単位の内示の提示を受ける。そして、3日前に確定注文をうけ、納品する [3]。内示の提示は1回で1週間分であり、サイクリック型の内示提示方式である。

翌々週の内示のブレの要因は、メーカーの顧客の仕様変更・数量変更などによる需要変動に加えて、メーカーの製造上のトラブル、操業変動、在庫調整、天候、物流トラブルなどのオペレーションレベルの要因も含んでいると思われる。

分析の順として、まず、内示のブレについて

の定常性分析を行う。次に、内示、確定注文系列の分析を行い、最後に確定注文と内示間の共和分分析を行う。データは指数化している。

### 5.2 内示のブレの分析

#### (1) 自己相関関数と偏自己相関関数

内示と確定注文数量の差を内示のブレ (df と略す) と呼ぶ。df の自己相関関数 (あるいは、コレログラム) と偏自己相関関数を図3に示す。

標本の自己相関、標本の偏自己相関を用いた検定を行う。4.2節と同様であるが、サンプル数  $T$  が異なることを考慮する必要がある。

標本の自己相関  $r_1$  の95%の信頼区間は、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.1346 \quad (5.1)$$

となる。また、標本の偏自己相関  $\phi_{11}$  の95%の信頼区間は、同様に、

$$0 \pm 1.96 \times \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right)} = 0 \pm 0.1346$$

となる。

ACF, PACF 図より、内示のブレの標本自己相関、標本偏自己相関もともに、1つを除き95%の信頼区間の範囲にあることから、内示のブレ

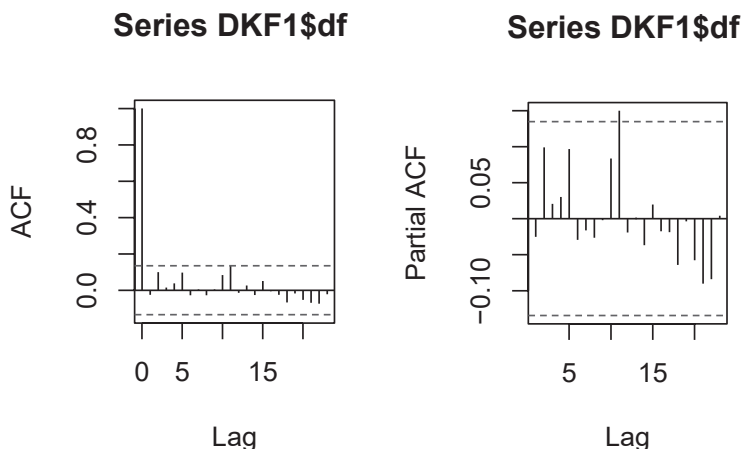


図3 dfの自己相関関数と偏自己相関関数

は、AR(0) かつ MA(0) であると推定できる。

(2) ADF 検定

次に単位根過程の検定を行う。R における拡張されたディッキー・フラー検定 (ADF 検定) である `ur.df(){urca}` 関数を用いた。

その結果、有意水準 1% にて、「単位根過程である」を棄却できた。

(3) ARIMA モデルへの推定

R における `auto.arima(){forecast}` 関数を用いた。前項において単位根過程であることが棄却されていることを前提にモデルを推定する。AIC 基準 [8, 9] に基づき、平均値 0 をもつ ARIMA (0,0,0) を得た。(3.5) 式において  $y_t \rightarrow df_t$  とし、 $p=q=0$  と置き換えると、

$$df_t = a_0 + \varepsilon_t \tag{5.2}$$

となる。ここで、 $\varepsilon_t$  はホワイトノイズであり、 $a_0$  は定数である。すなわち、内示のブレは定数項とホワイトノイズの和で表現できる。

(4) まとめ

- ①内示のブレ  $df$  について、ACF,PACF 図の解析、ADF 検定、モデルの推定の 3 つの方法を用いて解析した結果は、内示のブレは定常過程である。
- ②推定モデルとして、内示のブレ  $df$  は、定数項とホワイトノイズの和で表現できる。

5.3 内示の分析

内示 (F と略す)、確定注文データ (K と略す) の個々の過程に対して、定常過程かそうでないか? の検定を行う。

(1) ADF 検定

単位根過程の検定 (ADF 検定) を行う。R

における `ur.df(){urca}` 関数を用いた。

- ①F に対して有意水準 10% でも、「単位根過程である」を棄却できなかった。
- ②K に対して有意水準 10% でも、「単位根過程である」を棄却できなかった。

(2) ARIMA モデルへの推定

R における `auto.arima(){forecast}` 関数を用いた。(1) 項において単位根過程であることが棄却されなかったことを前提にモデルを推定すると、F 系列について、ARIMA(2,1,0) を得た。また、K 系列について、ARIMA(0,1,1) を得た。どちらも、 $I(1)$  過程である。

(3) まとめ

F 及び K 系列は非定常過程である。また、1 次の和分過程であると思われる。

5.4 内示と確定注文の共和分析

(1) 分析方法

EG 検定、PO 検定、Johansen 検定の 3 種の方法を適用した。R においては、PO 検定 `ca.po(){urca}` 関数、Johansen 検定 `ca.jo(){urca}` 関数を用いた。なお、EG 検定では、回帰式の残差に ADF 検定 `ur.df(){urca}` 関数を用いた。

(2) 検定結果

① EG 検定結果

表 7 に結果を示す。共和分回帰式  $K=0.94494 \times F + 12.4668$  が得られ、かつ残差の平均は 0 である。残差に対し単位根検定を行うと、有意水準 1% にて「単位根過程である」を棄却できた。残差の ARIMA モデルへの推定結果は ARIMA (0,0,0) であった。

これらのことから、残差はホワイトノイズであり、K~F は共和分の関係にある。

表 7 EG 検定結果

	共和分回帰式	残差の平均	残差の単位根検定	残差の ARIMA モデルの推定
K-F	$0.94494 \times F + 12.4668$	0	有意水準 1% にて棄却	ARIMA(0,0,0)

## ②PO 検定結果

表8に結果を示す。定数項がある (const) 場合には、EG 検定の結果と同じく、共和分回帰式  $K = 0.94494 \times F + 12.4668$  が得られ、有意水準 1% にて「共和分の関係がない」を棄却できた。

## ③Johansen 検定結果

表9に結果を示す。トレース検定 (trace) が最大固有値検定 (eigen)、また定数項がある (const) 場合か定数項がない (none) 場合の4種の組み合わせのケースについて分析した。

4つのケースすべてにおいて、帰無仮説が棄却された。

表9の const/eigen のケースでは、共和分ベクトルは (1.0000 -1.0949 16.5501) の転置であることから、長期均衡誤差  $\epsilon_t$  は、

$$\epsilon_t = K_t - 1.0949 \times F_t + 16.5501 \quad (5.3)$$

が得られる。また、誤差修正モデルにおける  $\Delta K$ 、 $\Delta F$  に対する誤差修正項のみを示すと、

$$\Delta K: -0.6813 \times \epsilon_t$$

$$\Delta F: 0.2370 \times \epsilon_t$$

である。

表8 PO 検定結果

	ケース	共和分回帰式	PO 検定結果
K~F	const	$0.94494 \times F + 12.4668$	有意水準 1% にて棄却

表9 Johansen 検定結果

	ケース	共和分ベクトル	調整速度係数
K-F	const/ trace	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.0949 \\ 16.55 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.6813$ $\Delta F: 0.2370$
	none/ trace	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.09463 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.6820$ $\Delta F: 0.2364$
	const/ eigen	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.0949 \\ 16.55 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.6813$ $\Delta F: 0.2370$
	none/ eigen	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.094637 \end{pmatrix}$	$\Delta K: -0.6820$ $\Delta F: 0.2364$

調整速度係数としては、 $\Delta K$  に対して、マイナス (-0.6813)、 $\Delta F$  に対してプラス (0.2370) である。誤差  $\epsilon_t > 0$  の場合には K を減少させ、F は増加するように調整することを示している。

## ④調整速度係数による誤差調整力

表9より、4.6節で定義した誤差調整力 EA (Error adjustment) は、const/eigen のケースでは、-0.9183であり、4章における品目に比べて、絶対値は小さくなっている。

対象の品種ごとに、内示のブレの要因が異なり、それを反映して誤差調整力が異なることがわかる。

## ⑤まとめ

以上の結果から、

- K~F については、「共和分関係がある」と結論できる。
- 長期均衡式から、F の係数は -1.0949 であり、ほぼ -1.0 に近い。

## 5.5 分析結果

①内示のブレ df は定常過程であり、推定モデルは ARIMA(0,0,0) である。定数項とホワイトノイズの和で表現できる。

②内示 F、確定注文 K は非定常過程である。

③内示 F と確定注文 K の間には共和分関係がある。

④長期均衡誤差の関係式の係数は、ほぼ -1.0 に近い。

## 6. 内示のブレの時系列特性に対する考察

(1) 内示のブレの特性

## ①定常性の意味

定常性とは、「平均や分散などが時間を通じて一定」という仮定である。この時、平均は単一系列の長期の時間平均によって近似できる [8, 16, 17]。すなわち、 $\{y_t\}$  を定常過程とし、 $(y_1, y_2, \dots, y_T)$  の標本平均を  $\bar{y}_T$  とする。すなわち、

$$\bar{y}_T \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \quad (6.1)$$

であるとする、 $T \rightarrow \infty$  のとき、 $\bar{y}_T$  が  $E[y_t]$  に確率収束する。

このことにより、 $\{y_t\}$  が定常性を有しておれば、一定の条件下で、 $E[y_t]$  が時間方向の標本平均  $\bar{y}_T$  で推定できることを示している。

4, 5章の分析により、内示のブレが定常過程であることが確認できていることから、内示のブレ  $\{y_t\}$  の平均は、ブレの標本平均を用いて求めることができる。

また、共分散については、一定の条件下で、標本共分散は  $\gamma_s$  に確率収束する [16, 17]。すなわち、

$$\frac{1}{T} \sum_{t=s+1}^{T+s} (y_t - \bar{y}_T)(y_{t-s} - \bar{y}_T) \rightarrow \gamma_s \quad (6.2)$$

このことにより、 $\{y_t\}$  が定常性を有しておれば、一定の条件下で、標本共分散を用いて、共分散  $\gamma_s$  が推定できることを示している。

これらのことから、定常過程である内示のブレの分布特性（平均、分散、共分散）を時系列データから計量できることを示している。

## ②内示のブレの表現

4, 5章の実証的分析により、内示のブレが ARIMA(0,0,0) であることが確認できていることから、そのモデルを「定数項とホワイトノイズの和」としてシンプルな形であらわされることを示している。すなわち、内示のブレ  $\delta_t$  は、

$$\delta_t = a + \varepsilon_t \quad (6.3)$$

ここで、 $a$  は定数、 $\varepsilon_t$  はホワイトノイズである。

以上のことから、定常性を持つ内示のブレは、(6.3) 式のように「定数項とホワイトノイズの和」としてシンプルな形で表現できることがわかる。また、前項 (1) と統合して、内示を組み入れた需要プロセスのモデル化が可能になる。内示とそのブレの分布特性である標本平均と標

本分散を用いれば、一定の有意水準の下での信頼区間を求めることができ、リスク評価を加味した高精度の発注管理、在庫リスク管理 [18, 19] に活用できることを示唆している。

## (2) 内示のブレが定常性になる理由

内示は非定常過程であるのに、なぜ内示のブレが定常過程になるか? について触れる。それは、内示のブレの式が確定注文と内示の共和分の関係式（長期均衡式）とよく似ており、長期均衡式の誤差  $\varepsilon_t$  は定常過程であるから内示のブレも定常過程になるのである。

すなわち、誤差修正モデルにおける長期均衡式（誤差  $\varepsilon_t$ ）のなかで、内示に掛かる係数は、ほぼ -1.0 である。一方、内示のブレは、確定注文から内示を引いたものであり両者の関係式はよく似ている。

具体的に、A 部品 Johansen 検定 (none/eigen) の場合は、

$$\text{長期均衡誤差 } \varepsilon_t = K_t - 0.9458 \times f1_t \quad (6.4)$$

一方、

$$\text{内示のブレ } \delta_t = K_t - 1.0000 \times f1_t \quad (6.5)$$

である。いわば、内示のブレは長期均衡誤差の性質を持っており、 $\varepsilon_t$  が長期均衡式からの誤差であることから、内示のブレ  $\delta_t$  も同様に、長期的（平均的）に均衡する関係式からの乖離（ブレ）であることを意味している。

このことは、さらに、内示と確定注文の間には、長期的（平均的）に、これらを均衡するあるいは、均衡させようとする作用が働いていると推察される。例えば、内示の提示者が内示を出すときに、極力、確定注文（需要の実現値）に近くなるように提示しようという意向を持っているかあるいはブレが起こったら次の期、次々期ではブレを小さくなるように修正しようという意思をもって内示数量を提示しているのではないかなど。BtoB 取引において「内示」



を活用する仕組みに内在している暗黙の行動原理が表れているように思われる。

## 7. おわりに

本論文は、BtoB取引における2品目を対象に、内示のブレ等の時系列分析をおこない、内示プロセスに内在する特性を明らかにしたものである。すなわち、内示、内示のブレ等の時系列データをもとに、統計解析ソフト R を用いて、ACF、PACF 図の解析、単位根検定、時系列モデルの推定、共和分検定、誤差修正モデル等の分析を行った。得られた結果を以下に述べる。

- (1) ACF、PACF 図の解析、ADF 検定、モデルの推定の3つの方法を用いて、内示のブレは定常過程であることを見出した。また、推定モデルとして、定数項とホワイトノイズの和で表現できることを確認した。
- (2) 内示と確定注文は  $I(1)$  過程であることを確認した。
- (3) EG 検定、PO 検定、Johansen 検定を用いて、内示と確定注文の間には共和分の関係があることを確認した。
- (4) 共和分回帰式を求めた。検定法により、回帰式の係数は微妙に異なるがほぼ似ており、大略1.0に近い。各関係式を用いた時の残差の分散は、EG 検定、PO 検定 (const) が最小になり、EG 検定、PO 検定 (none)、Johansen 検定 (const)、Johansen 検定 (none) の順に大きくなっていることがわかった。
- (5) 誤差修正モデルを求めた。調整速度係数を用いて「誤差調整力 EA」を定義し、これを用いて比較した。誤差調整力は「1か月前内示のブレの場合に対する方が2か月前内示のブレ先に対する場合より大きくなる」ことが分かった。長期先までの内示が提示される場合において、先の内示を用いるときは、誤差調整力 EA が小さくなることが

予想され、内示のブレの修正力が落ちる。その結果、内示精度が低くなると予想されることから、そうではない場合に比べて内示のブレの特性の利用の仕方に留意がいる。

- (6) 内示のブレの定常性の意味を考察した。内示のブレが定常性を有することから、将来におけるデータ生成過程（需要プロセス）を内示とそのブレで表現でき、かつ内示のブレが定数項とホワイトノイズの和というシンプルな形で表現できることから、ブレの分布特性（平均、分散）を用いて、在庫管理、発注管理分野における高精度のリスク評価法 [18, 19] の可能性を示している。
- (7) 内示のブレの式が確定注文と内示間の共和分関係式（長期均衡式）によく似ていることを指摘した。このことは、内示のブレが長期的（平均的）に均衡する関係式からの誤差（乖離）であることを意味しており、また、内示と確定注文の間には、長期的（平均的）に、これらを均衡するあるいは、均衡させようとする作用が働いていると考えられる。
- (8) 内示のブレの分析に必要な R を用いた一連の標準的な分析のためのコマンド群、方法、手順を示すことができた。

今後の課題としては、

- (1) 今回は、内示の提示方法が異なる2品目に対する分析を行い、発見的な意味の知見をえたが、さらに対象品目を増やして、BtoB取引の全般に当てはまるかどうかさらなる実証分析を通じて、一般化していくことが不可欠である。そのために、分析の対象を増やすことに対応して、Rのコマンドの標準的な形的な実証分析手順を整備しておくことが重要である。
- (2) 内示を組み入れた需要プロセス（内示プロセス）の厳密な記述を含めたモデル化が求



- められる。
- (3) 定常性を有する内示のブレの分布特性と内示のブレの長期均衡関係性を組み合わせた新しい予測手法の確立とそれを利用した効率かつ高精度の発注管理、在庫管理法の開発が求められる。
- (4) 実務的には、より少ないサンプルを用いてブレ分布を構成しなければならない場合のリスク評価、発注計画の作成法等が求められる。

不確実な時代において、需要変動が大きくなる中で、需要変動に追従し、リスクを軽減するレジリエントな在庫管理・発注管理が求められる。そのために、内示のブレの時系列特性を深く理解して、内示という先行需要予測情報の優位性を学術的に明らかにし、これらを生産管理、在庫管理、発注管理に有効に活用する方法論に関する研究は非常に意義深いと思われる。

謝辞：本研究に際して、本学メディアビジネス学部ビジネス情報学科先生方からは貴重な研究書、参考文献の提供を受けたことに謝意を表します。なお、本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費基盤研究 (C)-18K01555の助成を受けている。

## 参 考 文 献

- [1] 黒田 充, 大野勝久監訳：サプライチェーンハンドブック, 朝倉書店 (2008)
- [2] 上野信行：内示情報と生産計画—持続可能な社会における先行需要情報の活用—, 朝倉書店 (2011)
- [3] 門田安弘：トヨタプロダクションその理論と体系, ダイアモンド社 (2006)
- [4] 下川浩一, 藤本隆宏編：ホンダ生産システム, 文真堂 (2013)
- [5] 上野信行：内示理論—不確実な需要環境における先行需要予測情報の活用法の体系化—, 経済研究論集, 第43巻, 第3号, pp. 25-42 (2021)
- [6] 美馬愛理, 上野信行, 熊谷賢治, 藤田達也, 吉岡靖時, 辻 清明：内示理論に基づくレジリエントな在庫管理法—離散型ブレ分布とリスク評価指標による多品種少量生産部品の手配業務標準化—, 機械学会生産システム部門研究発表講演会予稿集 (2021.3.8~3.9)
- [7] 上野信行：レジリエンスに優れた内示生産システムの体系化についての考察—システム特性・分類・レジリエンスとその展開—, 県立広島大学論集, Vol. 7, No. 1, pp. 191-202 (2015)
- [8] ウォルター・エンダース著, 新谷元嗣, 藪 友良訳：実証のための計量時系列分析, 有斐閣 (2019)
- [9] 沖本竜義：経済・ファイナンスデータの計量時系列分析, 朝倉書店 (2019)
- [10] 田中勝人：現代時系列分析, 岩波書店 (2016)
- [11] 得津康義：投資主体別における株式需要の分析, 経済研究論集, 第42巻, 第3号, pp. 41-56 (2020)
- [12] 宮尾龍蔵：マクロ金融政策の時系列分析, 日本経済新聞社 (2006)
- [13] 福地純一郎, 伊藤有希：Rによる計量経済分析, 朝倉書店 (2011)
- [14] Jeffrey M. Wooldridge: *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, 7th Edition (AE 版), Cengage (2019)
- [15] Fumio Hayashi: *Econometrics*, Princeton University Press (2000)
- [16] J. D. Hamilton 著, 沖本竜義, 井上智夫訳：時系列解析 (上) 定常過程偏, シーエーピー出版 (2006)
- [17] 山本 拓：経済の時系列分析, 創文社現代経済学選書2, 創文社 (1988)
- [18] S. T. Rachev, S. V. Stoyanov and F. J. Fabozzi: *Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimization*, John Wiley & Sons, Inc. (2008)
- [19] 上野信行, 田口雄基, 奥原浩之：AVaR に基づいた週間生産計画法の提案—ゲーム理論的アプローチ—, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌 TORSJ, 58, pp. 101-121 (2015)