広島経済大学経済研究論集
第43巻第３号　2021年３月
http://dx.doi.org/10.18996/keizai2021430302

内　示　理　論
――不確実な需要環境における先行需要予測情報の活用法の体系化――

上　野　信　行*

概　要

内示は，最終的には，確定注文に置き換わるために，不確実な要因を持つ注文情報であるが，不確実性の中にも，一定の特性を持つことが多く，この性質を利用して筆者によるいくつかの提案が行われている。不確実な注文を分布形であらわし，内示を用いて在庫品切れとコストを考慮する生産計画に関する論文，内示情報を有効活用するための内示業務を規定するキー項目とその体系化に関する論文，リスク評価尺度に関する論文等である。部分的かつ逐次に研究は進められているが，総合的でなく，体系化されていない。また，内示を活用する有効性や優位性に関しては個別事例，方法ごとに述べられているにとどまっており，体系的かつ理論的な考察が必要である。

そこで，本論文は，内示を先行需要予測情報と位置づけ，生産管理，在庫管理，発注管理に有効に活用するために，その活用の方法を内示理論として体系化する。すなわち，従来から，筆者により個々に提案されてきた内示に関する知見を集約し，整理し，理論体系立てる。加えて，不確実な顧客の注文に対して在庫品切れリスクに対応する方法として従来の「安全在庫法」に比較して，「内示を活用する方法」が優位であることを理論的に証明する。そして，需要の不確実性と変動性が大きい昨今において内示を用いることの意味を明らかにする。次に，内示をベースにした生産，在庫，発注管理業務を確立するに際して，内示業務プロセスを特徴づけるキー項目を更新し，分類・体系化する。最後に，リスクを考慮した生産量あるいは発注量の決定方法等など内示を活用する場合の留意事項を述べる。

キーワード：内示理論，不確実性，先行需要予測情報，在庫理論，リスク評価尺度

1.　は　じ　め　に

内示は，調達に関する企業間サプライチェーンの取引に活用される［1］。内示は「生産に先行して，製造業者，販売業者などの顧客あるいは，自社の販売部門などから供給業者に提示される注文予定情報」である。「最終的には，確定注文が伝達されるが，それが内示と必ずしも同じとは限らない」ということから内示は生産の参考値である。それでも，「単なる見積もり情報ではなく，提示側当事者あるいは，社内の関係部門から提示され，それぞれの部門の業務に影響を及ぼす予定情報」である［2］。

内示により，提示側は多様化する顧客のニーズに柔軟に応え，短い納期で多種の部品を安定かつ大量に確保でき，一方，受取側は，内示を参考に原材料，部品の購買・生産準備に着手することができるために，膨大な製品在庫を保有することなく，安定的な供給を実現している。

自動車業界においては，内示方式と称され，多くの完成車メーカーが採用している［3–6］。完成車メーカーは部品サプライヤーへ生産に先行して定時定例的に「内示」を提示し，生産開始の一定期間前に「確定注文」を伝達し，自社の生産に同期して，部品の納入を指示する仕組みをとっている。

＊ 広島経済大学大学院経済学研究科兼メディアビジネス学部ビジネス情報学科教授

自動車業界以外にも，内示方式と称されてはいないが，例えば，電機メーカーでは，主要部品を購買リードタイムによってランクに分け，ランクごとに取引先に，一定期間前に「情報」「予約」という参考値を提示している［7］。また，大手スーパーから取引先に提示される特売日とその「販売参考値」，社内の営業部門からの製造部門に提示される「販売予測値」なども内示の一種であろう［2］。

内示は，最終的には，確定注文に置き換わるために，不確実な要因を持つ注文情報であるが，不確実性の中にも，一定の特性を持つことが多く，この性質を利用して筆者によるいくつかの提案が行われている。不確実な注文を分布形であらわし，内示を用いて在庫品切れとコストを考慮する生産計画に関する論文［8–16］，内示情報を有効活用するための内示業務を規定するキー項目とその体系化に関する論文［17–20］，リスク評価尺度に関する論文［21, 22］等である。部分的かつ逐次に研究は進められているが，総合的でなく，体系化されていない。また，内示を活用する有効性や優位性に関しては個別事例，方法ごとに述べられているにとどまっており，体系的かつ理論的な考察が必要である。

ビジネスの変化が緩やかな時代であれば，一度注文を受けると，ほぼその数量，タイミングで次回以降も継続すると想定できることは多い。しかし，ビジネスの変化が激しい昨今であれば顧客からの注文の変動が大きく起こる。それを反映して自社の生産を行うに必要な資材，部品の調達においても伝搬され，「内示の変動」となって確定注文に先行して，受取側に届く。いわば，内示は，確定注文の到着に先立って，顧客の調達活動（受取側からみたら需要）を予想できそうな貴重な情報，すなわち先行需要予測情報（Advance demand forecasting information）であるといえる。

そこで，本論文は，内示を先行需要予測情報と位置づけ，生産管理，在庫管理，発注管理に有効に活用するために，その活用の方法を内示理論として体系化する。すなわち，従来から，筆者により個々に提案されてきた内示に関する知見を集約し，整理し，理論体系立てる。加えて，不確実な顧客の注文に対して在庫品切れリスクに対応する方法として従来の「安全在庫法」［2］に比較して，「内示を活用する方法」が優位であることを理論的に証明する。そして，需要の不確実性と変動性が大きい昨今において内示を用いることの意味を明らかにする。次に，内示をベースにした生産管理，在庫管理，発注管理業務を確立するに際して，内示業務プロセスを特徴づけるキー項目を更新し，分類・体系化する。最後に，リスクを考慮した生産量あるいは発注量の決定方法等など内示を活用する場合の留意事項を述べる。

本論文の構成は，

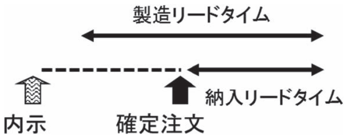
２章では，内示と確定注文の間の特性
３章では，内示モデル
４章では，安全在庫法—古典的な在庫管理法
５章では，内示を用いる方法の優位性
６章では，在庫品切れリスクの評価（1)—ブレ分布が正規分布の場合
７章では，在庫品切れリスクの評価（2)—ブレ分布が正規分布以外の場合
８章では，内示理論の適用

である。

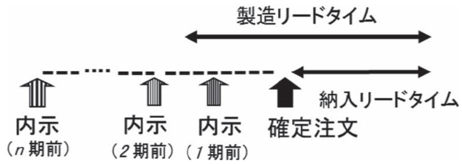
2.　内示と確定注文の間の特性

2.1　内　示

確定注文は，図１(a）のように，納期の一定所要期間（納入リードタイムという）前に提示され，内示は製造着手から納期までの所要期間（製造リードタイムという）以前に提示される。一般的に，内示は，図１(b）のように，定期定例的に，複数回の内示が提示される。例えば，３か月前に１回目，２か月前に２回目，１か月



（a）内示と確定注文



（b）複数回の内示と確定注文

図 1　確定注文にいたる内示の提示

表 1　当期から見て複数期先までの内示

	当期	*1* 期先	*2* 期先	…	*n* 期先
注文／内示	確定注文	内示 *1*	内示 *2*	…	内示 *n*

前に 3 回目の内示が提示される。

一般化すると，*n* 期前に初めての内示が提示され，逐次に，2 期前内示，1 期前内示が提示され，最終的には確定注文がなされる。このことは，当期から将来を見た場合には，確定注文に加えて，表 1 に示すように 1 期先，2 期先，…，*n* 期先までの内示が提示されることを示している。

これらは，取引企業間にて商習慣的に決められている。確定注文，内示の提示の仕方やタイミングは多くのバリエーションがある。ここでは，基本形について述べ，基本形以外については，8 章で述べる。なお，実務の世界では，供給業者（サプライヤー）との契約上，内示という表現を用いているが，確定注文を発注する場合がある。ここでは扱わないことにする。

2.2　ブ　レ

ある仕様（品番などで特定される）に対して内示と確定注文の内容（数量，納期等）がまったく同じ場合は，受取側は内示に基づいて生産

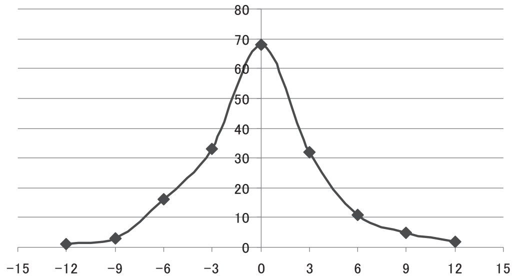


図 2　ブレ分布図（縦軸：度数，横軸：ブレ）

開始すればよいので，実質的に受注生産となる。通常は，内示と確定注文は異なり，内示と確定注文の数量の差異を「ブレ」と呼ぶ。内示が複数回あることから，*i* 期前の内示と確定注文の差を「*i* 期前内示とのブレ」と呼ぶ。単に「ブレ」とも呼ぶこともある。

$$
\begin{aligned}
i\ \text{期前内示とのブレ} &= \text{確定注文数量} \\
&\quad -i\ \text{期前内示数量}
\end{aligned}
$$

である。

ブレが 0 のときは，確定注文数量と内示数量は同じであり，ブレが正のときは確定注文数量が内示数量より多くなることを表している。内示が *n* 期前から始まる場合には，*n* 種のブレが存在することになる。

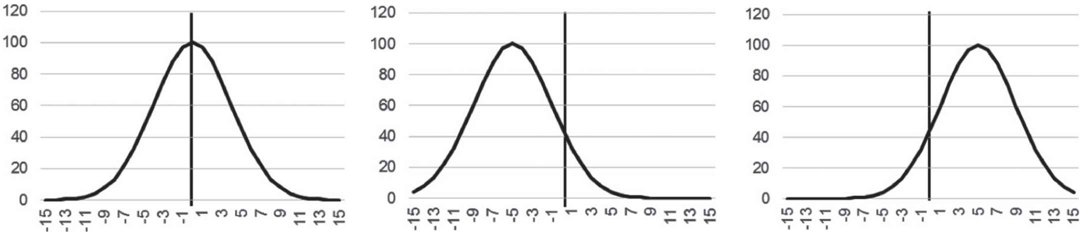
ブレの例を図 2 に示す。通常は，分布形を用いて表現されることが多く，この場合では，平均値が 0 近辺であり，ほぼ左右対称であるので，ブレが正あるいは負になる比率がほぼ50:50であるとわかる。

2.2.1　ブレ分布

ブレの分布を「ブレ分布」と呼ぶ。ブレ分布において，ブレの傾向が正負どちらにあるかは，在庫補充，発注計画におけるリスク評価の上で大きな意味を持つ。それで，内示の提示の仕方からブレ分布を 3 つに分類する。

A．ブレ分布の平均値が 0 になる場合（中央提示型という）

B．ブレ分布の平均値が負になる場合（上方提



（a）中央提示型　　（b）上方提示型　　（c）下方提示型

図３　ブレ分布の３パターン（縦軸：度数，横軸：ブレ）

示型という）

C．ブレ分布の平均値が正になる場合（下方提示型という）

B. のように，ブレ分布の平均値が負になる上方提示型の場合には，事前の注文予定数である内示に対して確定注文数量が下回る比率が強いということであり，事前の内示は大目に（上方に）提示される傾向にあることを意味している。この場合には，内示の数量通りに生産を行っていると平均的に確定注文数量が少なくなることから，結果として予定より在庫が余り気味（上方傾向）になることを示している。

図３に，３つの提示型の模式図を示している。中央の縦線は０の位置を示している。

2.2.2　ブレ分布の形

ブレ分布については，次の５つに分けて考察することが妥当である。

A．ブレ分布形が特定でき正規分布であるもの

B．ブレ分布形が特定でき，正規分布ではないが，ガンマ分布のように再生性をもつもの

C．ブレ分布形が特定できるが，再生性をもたないもの

D．ブレ分布形が特定できないもの

E．ブレ分布は度数分布表で表すことができるもの

まずは，特定の分布形を仮定しないで，ブレの平均値と標準偏差のみがわかっているとして理論展開する。分布形が特定できれば，さらに追加的な知見が得られる。通常は，過去の業務データを統計処理してブレ分布を代表的な分布に当てはめることが多い。実務的には，代表的な分布の形になることは少なく，また度数分布表のような表現をせざるを得ない場合が多い。７章にて詳述する。

3.　内 示 モ デ ル

3.1　ブレの記号

現時点から $i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 期先のブレを δ_i，その期待値 $\mathrm{E}\left[\delta_i\right]$，分散 $\mathrm{V}\left[\delta_i\right]$ をそれぞれ μ_i,ω_i^2 とする。分布形は特定しない。

表２　ブレとその期待値と分散

	1	2	⋯	i	⋯	n
ブレ	δ_1	δ_2	⋯	δ_i	⋯	δ_n
$\mathrm{E}\left[\delta_i\right]$	μ_1	μ_2	⋯	μ_i	⋯	μ_n
$\mathrm{V}\left[\delta_i\right]$	ω_1^2	ω_2^2	⋯	ω_i^2	⋯	ω_n^2

これらを用いると，ブレ δ_i は，

$$\delta_i=\mu_i+\varepsilon_i \tag{3.1}$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{E}\left[\varepsilon_i\right]=0,\forall i\\&\mathrm{E}\left[\varepsilon_i\varepsilon_j\right]=0,\forall i,\forall j>i\\&\mathrm{V}\left[\varepsilon_i\right]=\omega_i^2,\forall i\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

である。

（3.2）式においては特定の分布形を想定していない。

3.2 在庫量

i 期先の確定注文，内示，生産量（あるいは，発注量），在庫量をそれぞれ d_i，$\bar{d}_i$，x_i，S_i とする。

表 3 記号の説明

	1	2	⋯	i	⋯	n
確定注文（実績）	d_1	d_2	⋯	d_i	⋯	d_n
内示	$\bar{d}_1$	$\bar{d}_1$	⋯	$\bar{d}_i$	⋯	$\bar{d}_n$
生産量（あるいは，発注量）	x_1	x_2	⋯	x_i	⋯	x_n
在庫量	S_1	S_2	⋯	S_i	⋯	S_n

i 期先の在庫量は，$i-1$ 期の在庫量 S_{i-1} に生産量 x_i を加えて，確定注文 d_i を引いたものであるから，i 期先の在庫量は，

$$S_i = S_{i-1} + x_i - d_i$$

上の式に，$S_{i-1} = S_{i-2} + x_{i-1} - d_{i-1}$ を代入し，この操作を次々進めると，在庫量の表現について次の式を得る。当期末の在庫量（初期在庫量と呼ぶ）を S_0 とすると，i 期先の在庫量は，

$$S_i = S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} d_t \tag{3.3}$$

であらわされる。すなわち，i 期先の在庫量は，初期在庫量 S_0 に i 期先までの生産量あるいは，発注量 $\sum_{t=1}^{i} x_t$ を加えて，i 期先までの確定注文量 $\sum_{t=1}^{i} d_t$ を引いたものである。

一方，確定注文の表現を考える。i 期先の確定注文（需要量）は，i 期先の内示 $\bar{d}_i$ にブレ δ_i が加わったものであると考えることから，(3.1) 式を用いて，

$$d_i = \bar{d}_i + \delta_i = \bar{d}_i + \mu_i + \varepsilon_i \tag{3.4}$$

である。

(3.3) (3.4) 式より，

$$\begin{aligned} S_i &= S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} \left(\bar{d}_t + \mu_t + \varepsilon_t\right) \\ &= S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} \bar{d}_t - \sum_{t=1}^{i} \mu_t - \sum_{t=1}^{i} \varepsilon_t \end{aligned} \tag{3.5}$$

(1) 在庫量の期待値と分散

在庫量 S_i の期待値を求める。

$$\mathrm{E}\left[S_i\right] = S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} \bar{d}_t - \sum_{t=1}^{i} \mu_t - \sum_{t=1}^{i} \mathrm{E}\left[\varepsilon_t\right] \tag{3.6}$$

であり，

$$\mathrm{E}\left[\varepsilon_t\right] = 0, \forall t$$

であるから，

$$\mathrm{E}\left[S_i\right] = S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} \bar{d}_t - \sum_{t=1}^{i} \mu_t \equiv m_i \tag{3.7}$$

つぎに，在庫量の分散を求める。

$$S_i - \mathrm{E}\left[S_i\right] = -\sum_{t=1}^{i} \varepsilon_t$$

であるから，

$$\begin{aligned} \mathrm{V}\left[S_i\right] &= \mathrm{E}\left[\left(S_i - \mathrm{E}\left[S_i\right]\right)^2\right] = \mathrm{E}\left[\left(\sum_{t=1}^{i} \varepsilon_t\right)^2\right] \\ &= \mathrm{E}\left[\sum_{t=1}^{i} \varepsilon_t^2 + \sum\nolimits_{t=1}^{i} \sum_{k>t}^{i} 2\varepsilon_t \varepsilon_k\right] \end{aligned}$$

$$\mathrm{E}\left[\varepsilon_i \varepsilon_j\right] = 0, \forall i, \forall j > i$$

$$\mathrm{V}\left[\varepsilon_i\right] = \omega_i^2, \forall i$$

である。よって，

$$\mathrm{V}\left[S_i\right] = \sum_{t=1}^{i} \mathrm{E}\left[\varepsilon_t^2\right] = \sum_{t=1}^{i} \omega_t^2 \equiv \sigma_i^2 \tag{3.8}$$

(2) 在庫見通し

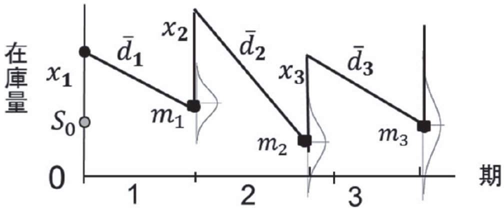
i 期の在庫見通しを定義する。(3.5) 式において，ブレの要素を除いた部分を「在庫見通し」と呼び，$\bar{S}_i$ とする。

$$\bar{S}_i \equiv S_0 + \sum_{t=1}^{i} x_t - \sum_{t=1}^{i} \bar{d}_t \tag{3.9}$$

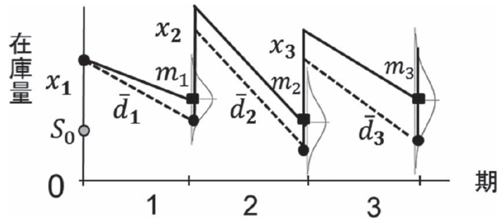
すなわち，在庫見通し $\bar{S}_i$ とは，初期在庫量 S_0，生産量（発注量）x_t と内示 $\bar{d}_t$ によって求められる。これらの項目はすべて当期において既知であるかあるいはコントロール項目である点に注目すべきである。ブレは考慮せず，既知のデータの積み上げにより在庫推移を求めようとする立場である。

（3）在庫推移の表現

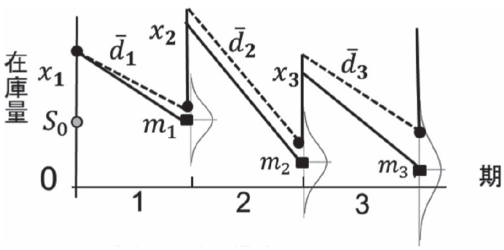
３期間の在庫推移の例を図４に模式的に表現している。上から，（a）中央提示型の場合，（b）上方提示型の場合，（c）下方提示型の場合である。在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ の推移を実線（図中の■印）で，また在庫見通し $\bar{S}_i$ の推移を点線（図中の●印）で表している。



（a）中央提示型の場合（$\mu_i = 0,\ i = 1,2,3$）



（b）上方提示型の場合（$\mu_i < 0,\ i = 1,2,3$）



（c）下方提示型の場合（$\mu_i > 0,\ i = 1,2,3$）

図４　記号を使った提示型別の在庫推移の表現

特に在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$（図中の■印，$m_i$）については，標準偏差 σ_i がわかっているので，起こりうる在庫（実現値）の範囲と頻度のイメージを模式的に分布の形で記載している。

μ_i の正負あるいは０により，在庫見通し（点線，図中の●印）と在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$（$m_i$，図中■印）の相対位置が異なることに留意がいる。中央提示型の場合は，在庫見通しと在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ は一致する。しかし，上方提示型の場合や下方提示型の場合には，在庫見通しと在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ は一致しない。とくに，下方提示型の場合には，$\mu_i > 0$ であるから，（3.7）式より，在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ は，在庫見通しより下方に位置する。このために，在庫見通しでは在庫は十分あると判断していても，在庫の期待値は低位にあるので，ブレを考慮すると在庫の欠品が起こる場合がある。

（4）在庫見通しと在庫の期待値

在庫見通し（図４中の●印）は，従来から，広く在庫推移予想にもちいられてきたものである。確定的な要素と提示される内示のみに基づいて在庫量を予想するものである。既知のデータのみを用いており，不確定なブレを考慮に入れていない。内示のブレはないかあるいはあっても無視できるほど小さい場合にはこの方法による在庫予想でも十分であると思われる。しかし，不確実な需要環境においてブレは不可避であり，またタイプにより在庫量の期待値を上方，下方へズレさせる。

一方，在庫の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ は，内示のブレを考慮し，期待値を求めているという意味でもっとも期待されるあるいは実現可能性が高い（most likely）在庫の動きを表している。また，在庫量の分布（標準偏差 σ_i）がわかっているので，期ごとに起こりうる実現値としての在庫の範囲がわかる。分布形が特定できれば在庫量の取りうる頻度もわかる。このために，コント

ロール要因である生産量（あるいは発注量）を決めれば在庫の期待値が算出され，これに対するリスク評価が可能になる。そして，リスク評価に基づくより適正な在庫レベルを決定するように生産量（あるいは発注量）をどのように調整すればよいか？という不確実な需要下における最適化問題の議論が容易になってくる。

(5) 例題に見る在庫見通しと在庫の期待値

以上述べたことを例示する。初期在庫量 S_0，生産量（発注量）x_t，内示 $\bar{d}_t$ およびブレ分布が求まっているとする。図 4 にあわせて，在庫見通し（点線，図中の●印）と在庫の期待値（実線，図中■印）のグラフを図 5 に示している。

(ブレ分布)

期	1	2	3
ブレの平均値μ_i	1	1	3
ブレの標準偏差ω_i	2	2	2

(在庫推移)

期		1	2	3
初期在庫量S_0	10			
生産量x_t (発注量)		10	12	14
内示$\bar{d}_t$		9	16	13
在庫見通し$\hat{S}_i$		11	7	8
在庫の期待値m_i		10	5	3

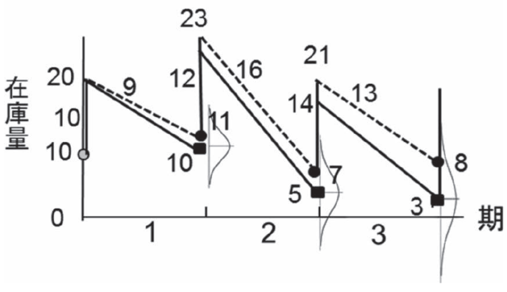


図 5　例題にみる在庫見通しと在庫の期待値

4.　安全在庫法—古典的な在庫管理法

安全在庫量は，不確実な需要量の平均と平均との差のばらつき（標準偏差）を用いて，

$$\text{安全在庫量} = \text{安全在庫係数} \times \text{需要のばらつき（標準偏差）}$$

で求める［23］。ここで，安全在庫係数は，許容できる在庫品切れ率に合わせて，表 4 のように設定することになっている［2］。

例えば，表 4 より，在庫品切れ率 5 ％の場合の安全在庫係数は1.645である。この 2 つの関係は，図 6 のように平均 0，標準偏差 1 の標準正規分布において1.645より小さくなる領域の比率が0.95（＝1－0.05）であることを表している。あるいは，確率0.95のパーセント点が1.645であるともいえる。

需要量の分布形が正規分布ならば，在庫品切れ率 p の安全在庫係数 K_p は，Excel の NORMINV 関数で求めることができる［24］。すなわち，安全在庫係数 K_p は，

$$K_p = NORMINV\left(1-p,0,1\right) \tag{4.1}$$

表 4 と(4.1)式の結果を比べてみると，表 4 の安全在庫係数は不確実な需要量の分布が正規分布である場合を想定したものである。

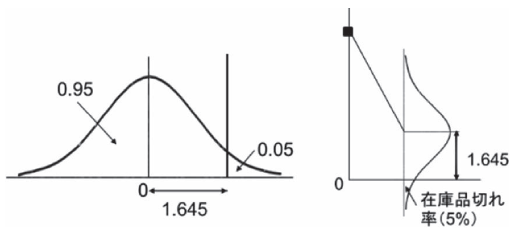


図 6　安全在庫係数と在庫品切れ率との関係

表 4　在庫品切れ率と安全在庫係数

在庫品切れ率（%）	10	5	4	3	2	1	0
安全在庫係数	1.282	1.645	1.751	1.881	2.054	2.326	∞

5.　内示を用いる方法の優位性

安全在庫量は，在庫品切れ率が与えられると，需要量のばらつき（標準偏差）により決まる。一方，内示理論では，需要量は i 期先の内示とブレの平均とばらつきから構成される。両者の期ごとの在庫品切れ率を同一条件にして，一定期間における在庫品切れ率を遵守するための所要の総在庫量（単に，総在庫量という）を比較することにより内示を用いた方法が優位であることを理論的に証明する。

5.1　内示を用いることの優位性の証明

i 期先の需要量 d_i は次のようにあらわされることはすでに述べた。

$$d_i = \bar{d}_i + \delta_i = \bar{d}_i + \mu_i + \varepsilon_i$$

$$\mathrm{E}\left[\varepsilon_i\right] = 0, \forall i$$

$$\mathrm{E}\left[\varepsilon_i \varepsilon_j\right] = 0, \forall i, \forall j > i$$

$$\mathrm{V}\left[\varepsilon_i\right] = \omega_i^2, \forall i$$

以下の展開では，一般性を失うことなく，$\mu_i = 0, \forall i$ とし，在庫品切れ率 p の安全在庫係数を K_p とする。

［証明］

①内示を用いたときの総在庫量

i 期先の在庫量 $\hat{S}_i^A$ を求めると，各期の内示 $\bar{d}_i$ を陽に用いて，

$$\hat{S}_i^A = \bar{d}_i + K_p \times \omega_i \tag{5.1}$$

である。したがって，n 期間の総在庫量は，

$$\sum_{t=1}^{n} \hat{S}_t^A = \sum_{t=1}^{n} \left(\bar{d}_t + K_p \times \omega_t\right) = \sum_{t=1}^{n} \bar{d}_t + K_p \sum_{t=1}^{n} \omega_t \tag{5.2}$$

②安全在庫法を用いたときの総在庫量

n 期までの平均と平均の期待値は，需要量 d_i を用いて，

$$平均：\frac{\sum_{t=1}^{n} d_t}{n} \tag{5.3}$$

$$平均の期待値：\mathrm{E}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n} d_t}{n}\right] = \frac{\sum_{t=1}^{n} \bar{d}_t}{n} \equiv C \tag{5.4}$$

n 期までの分散と分散の期待値は，

$$分散：\frac{\sum_{t=1}^{n} \left(d_t - C\right)^2}{n} \tag{5.5}$$

$$分散の期待値：\mathrm{E}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n} \left(d_t - C\right)^2}{n}\right] \tag{5.6}$$

これらから，

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(d_t - C\right)^2}{n}\right] &= \mathrm{E}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(d_t - \bar{d}_t + \bar{d}_t - C\right)^2}{n}\right] \\
&= \mathrm{E}\left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left\{\left(d_t - \bar{d}_t\right)^2 + \left(\bar{d}_t - C\right)^2 + 2\left(d_t - \bar{d}_t\right)\left(\bar{d}_t - C\right)\right\}}{n}\right] \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n}\left\{\omega_t^2 + \left(\bar{d}_t - C\right)^2\right\}}{n} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n} + \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\bar{d}_t - C\right)^2}{n} \geq \frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

なぜなら，$\mathrm{E}\left[\left(d_t - \bar{d}_t\right)\left(\bar{d}_t - C\right)\right] = 0$, $\mathrm{E}\left[\left(d_t - \bar{d}_t\right)^2\right] = \omega_t^2, \forall t$ であることを利用した。

i 期先の在庫量 $\hat{S}_i^B$ を求める。

$$\begin{aligned}
\hat{S}_i^B &= C + K_p \times \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n} + \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\bar{d}_t - C\right)^2}{n}} \\
&\geq C + K_p \times \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n}}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

したがって，n 期間の総在庫量は，

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{n} \hat{S}_i^B &\geq \sum_{t=1}^{n}\left(C + K_p \times \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n}}\right) \\
&= nC + nK_p \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}{n}} = \sum_{t=1}^{n} \bar{d}_t + K_p \sqrt{n \sum_{t=1}^{n} \omega_t^2}
\end{aligned} \tag{5.9}$$

③比較

内示を用いた時の総在庫量は，安全在庫法による総在庫量に比べ少なくなることを示す。

$$\sum_{t=1}^{n}\hat{S}_i^B \geq \sum_{t=1}^{n}\hat{S}_i^A \tag{5.10}$$

すなわち，

$$\sum_{t=1}^{n}\bar{d}_t + K_p\sqrt{n\sum_{t=1}^{n}\omega_t^2} \geq \sum_{t=1}^{n}\bar{d}_t + K_p\sum_{t=1}^{n}\omega_t \tag{5.11}$$

を証明すればよい。

$A=\sum_{t=1}^{n}\omega_t, \mathrm{B}=\sqrt{n\sum_{t=1}^{n}\omega_t^2}$ として，

$$B^2 - A^2 = n\sum_{t=1}^{n}\omega_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n}\omega_t\right)^2 \tag{5.12}$$

が非負になることを示す。

いくつかの証明方法があるが，ここでは，チェビシェフの和の不等式より，$B^2 - A^2 \geq 0$ を示す。

[チェビシェフの和の不等式]

実数 $x_l, y_l\left(l=1,\cdots,n\right)$ からなる 2 つの数列 $\{x_l\},\{y_l\}$ が単調減少列である時，すなわち

$x_1 \geq x_2 \geq \cdots \geq x_n$， $y_1 \geq y_2 \geq \cdots \geq y_n$ に対して

$$\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}x_l y_l \geq \left(\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}x_l\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}y_l\right) \tag{5.13}$$

が成立する。

ここで，

$$x_l = y_l$$

を代入すると，

$$\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}x_l^2 \geq \left(\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}x_l\right)^2 \tag{5.14}$$

$\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n$ を大きい順に並べると，$\omega^{(1)} \geq \omega^{(2)} \geq \cdots \geq \omega^{(n)} \geq 0$ とする。(5.14)式に

$$x_l = \omega^{(l)}$$

とおくと，

$$\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\left(\omega^{(l)}\right)^2 \geq \left(\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\omega^{(l)}\right)^2 \tag{5.15}$$

ところで(5.15)式において，$\omega^{(l)}$，$\left(\omega^{(l)}\right)^2$ のそれぞれの n 個の和は並べ方にかかわらず等しいことから，

$$\sum_{l=1}^{n}\left(\omega^{(l)}\right)^2 = \sum_{l=1}^{n}\left(\omega_l\right)^2$$

$$\sum_{l=1}^{n}\omega^{(l)} = \sum_{l=1}^{n}\omega_l$$

が成立する。よって，(5.15) 式は，

$$\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\left(\omega_l\right)^2 \geq \left(\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\omega_l\right)^2 \tag{5.16}$$

したがって，(5.12) 式の左辺 ≥ 0 である。

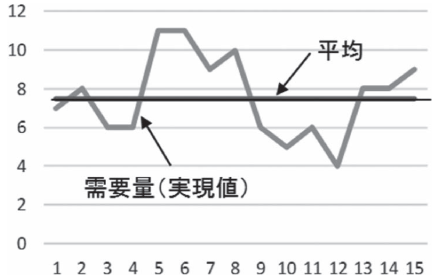
（証明完）

$\omega_1 = \omega_2 = \cdots = \omega_n$ が成立する時に，(5.11) 式の等号が成立する。また，$\bar{d}_t - C = 0, \forall t$ のときに，(5.8) 式の等号が成立する。したがって，この 2 つが同時に成立するときには，(5.10) 式の等号が成立する。すなわち，①各期の内示が期間の需要量（確定注文）の平均値に等しく，かつ②各期の需要のばらつきがすべて等しいときには内示を用いる方法の総在庫量と安全在庫法による総在庫量は等しいことを示している。それ以外では，内示を用いた時の総在庫量は，安全在庫法による総在庫量より小さくなる。特に，内示の変動が激しい場合には，$\left|\bar{d}_t - C\right|$ が大きくなり，$\left(\bar{d}_t - C\right)^2$ は非常に大きくなることから，(5.10) 式における不等式の両辺の差はますます拡大する。内示を用いる方法がきわめて効果が高くなることを示している。

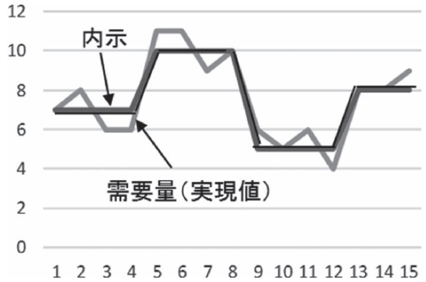
5.2 内示を用いることの意味

2 つの方法を表した模式図を図 7 に示す。

安全在庫法は，図 7(a) のように需要量（実現値）の平均からのばらつき（標準偏差）を用



(a) 安全在庫法



(b) 内示を用いる方法

図７　需要量（実績）に対するばらつきのとらえ方（縦軸：数量，横軸：期）

いる。一方，内示を用いる方法では，図７(b)のように確定注文（需要量の実現値）と内示の差（ブレ）のばらつき（標準偏差）を用いる。結果として，内示を用いる方法のばらつき（標準偏差）は，安全在庫法のばらつき（標準偏差）より小さくなるために，総在庫量が小さくなるのである。特に，確定注文の変動が激しくなればなるほど平均からの偏差が大きくなることから，安全在庫法のばらつき（標準偏差）は大きくなる。このために両者の総在庫量の差はますます大きくなる。

ビジネスの変化が緩やかな時代であれば，需要量の変動も小さく，需要量のばらつき（標準偏差）も小さくなるので，安全在庫法で充分であったかもしれない。しかし，ビジネスの変化が激しい昨今であれば長い期間にわたって需要の平均が同じであるはずがなく，需要の平均そのものが変動する。そのために，この「変動する平均」をとらえ，これをベースとした需要のばらつき（標準偏差）を考えることが重要になる。内示は，この「変動する平均」の代表例といえる。

昨今においてはビジネスの変化の激しい時代であるからこそ，内示活用のメリットは大きく，内示方式が採用される。提示側は先行的に需要予測情報を供給業者へ提示することにより，供給業者が多くの在庫を持つことなく，供給できる機会を作っているのである。したがって，直接に顧客と接しない企業から見れば，内示には不確実性が内在するとしても，間接的に顧客の需要を想起でき，在庫削減につながる貴重な先行予測情報であるといえる。ここに内示を活用することの意味を見出すことができる。

6.　在庫品切れリスクの評価（1)—ブレ分布が正規分布の場合

顧客注文に対する不充当（在庫品切れ）は商取引における経営リスクである。頻繁に起こると取引停止になる可能性もある。在庫品切れをリスクととらえ，手持ちの在庫レベルの危険度を評価する方法を述べる。

本章では，ブレ分布が正規分布であると仮定し，２つの指標について詳述する。

１つは，在庫品切れのリスクを確率で表す「未達率」であり，他は，在庫切れが起こった時の平均的な在庫品切れのリスクを量で表す「平均在庫品切れ量」である。また，代表的リスク評価尺度である VaR (Value – at – Risk), AVaR (Average Value – at – Risk) と未達率，平均在庫品切れ量との関係を示す。これらの評価尺度を組み合わせて，手持ちの在庫レベルの危険度合いを多面的に評価することは，リスクを事前に察知し，レジリエンスを高めることに有効である。

6.1　未達率

文献［2, 8, 9, 12, 13］に基づき，在庫品切れリスクを確率で表現する指標を整理，体系化した。

6.1.1　i 期先の未達率 $SO^{(i)}$

i 期先の未達率とは，i 期先において在庫品切れが起こる確率である。i 期先の在庫量，在庫量の期待値，分散は，(3.5)(3.7)(3.8) 式のように示される。これらを用いて，i 期先の未達率（unfulfilled order ratio）$SO^{(i)}$ は，在庫量が 0 未満になる確率であるから，

$$SO^{(i)} \equiv 1 - Prob\left\{S_i | S_i \geq 0\right\} \tag{6.1}$$

である。ブレ分布が正規分布の場合は，在庫量 S_i の平均 m_i，標準偏差 σ_i，確率密度関数（probability density function）$f^{(i)}\left(S_i;m_i,\sigma_i^2\right)$ とすると，

$$f^{(i)}\left(S_i;m_i,\sigma_i^2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\exp\left\{-\frac{\left(S_i - m_i\right)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \tag{6.2}$$

$$SO^{(i)} \equiv 1 - \int_0^\infty f^{(i)}\left(S_i;m_i,\sigma_i^2\right)dS_i \tag{6.3}$$

である。1 次元の正規確率分布の計算を扱えばよく，EXCEL 関数の一つである NORMDIST 関数を使って求めることができる。

$$SO^{(i)} = NORMDIST\left(0,m_i,\sigma_i,TRUE\right)$$

6.1.2　n 期間トータル未達率 SO_n

n 期間トータル未達率 SO_n は，n 期間のいずれかの期においても在庫品切れが起こらない確率である。文献［2, 12, 13］に基づき整理，集約した。

まず，n 期間の在庫量の分散共分散行列をしめす。

$$\begin{aligned}\mathrm{COV}\left[S_i,S_j\right] &= \mathrm{E}\left[\left(S_i - \mathrm{E}\left[S_i\right]\right)\left(S_j - \mathrm{E}\left[S_j\right]\right)\right] \\ &= \mathrm{E}\left[\left(\sum_{t=1}^{i}\varepsilon_t\right)\left(\sum_{t=1}^{j}\varepsilon_t\right)\right] \\ &= \mathrm{E}\left[\sum_{t=1}^{i}\varepsilon_t^2 + 2\sum_{t=1}^{i}\varepsilon_t\sum_{l=t+1}^{j}\varepsilon_l\right], j > i \\ &= \sum\nolimits_{t=1}^{i}\omega_t^2 = \sigma_i^2\end{aligned} \tag{6.4}$$

であるから，分散共分散行列 Σ は，下記のように構成される．

$$\Sigma = \begin{bmatrix}\sigma_1^2 & \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_2^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_1^2 & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_n^2\end{bmatrix} \tag{6.5}$$

また，相関係数 ρ_{ij}，相関係数行列 R は，

$$\rho_{ij} = \frac{\mathrm{COV}\left[S_i,S_j\right]}{\sqrt{\mathrm{V}\left[S_i\right]\mathrm{V}\left[S_j\right]}} = \frac{\sigma_i^2}{\sqrt{\sigma_i^2\sigma_j^2}} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j}, \forall j > i \tag{6.6}$$

$$\rho_{ii} = 1, \forall i$$
$$\rho_{ij} = \rho_{ji}, \forall i, \forall j \neq i$$

を用いて，

$$R \equiv \left\{\rho_{ij}\right\}, \forall i, \forall j \tag{6.7}$$

である。

未達率 SO_n は，

$$SO_n \equiv 1 - Prob\left\{\hat{S} | \cap_{i=1}^{n} S_i \geq 0\right\} \tag{6.8}$$

である。ここで，$\hat{S} = \left[S_1,S_2,\cdots,S_n\right]$ は各期の在庫量を n 次元ベクトルとして表現したものであり，また，その期待値を $\hat{m} = \left[m_1,m_2,\cdots,m_n\right]$ とすると，n 期間トータル未達率 SO_n は，

$$SO_n \equiv 1 - \int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty f\left(\hat{S};\hat{m},\Sigma\right)d\hat{S} \tag{6.9}$$

$$f\left(\hat{S};\hat{m},\Sigma\right) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^n\sqrt{|\Sigma|}}e^{-\frac{1}{2}\left[\hat{S}-\hat{m}\right]^T\left[\Sigma\right]^{-1}\left[\hat{S}-\hat{m}\right]} \tag{6.10}$$

である［25, 26］。

n 次元正規分布の確率を求める計算方法を述べる。(6.6) 式より，分散共分散行列を規定するパラメーターが $\frac{(n+1)n}{2}(n \geq 2)$ ではなく，$\sigma_i\left(i = 1,2,\cdots,n\right)$ という n 個となる特別なケースである。この場合は，n 次元正規確率分布計算

を $n/2$ あるいは，$(n-1)/2$ 重積分の数値計算で求まることが知られている［27, 28］。また，$n=3,4,5$ の場合に EXCEL を用いて実用時間の範囲で計算可能であると報告されている［2, 12］。

しかし，n が大きくなった場合には，一般的に，n 次元正規分布の確率を求める計算は容易ではなく，SO_n の簡便な指標が開発されている。

6.1.3　n 期間トータル未達率 SO_n の簡便指標

文献［2］に基づき，SO_n に対する２つの簡便指標を示す。

A. 各期の在庫量は互いに独立であるとする場合のトータル未達率 $SO_n(0)$

B. 各期の在庫量は互いに相関があるが，相関行列の非対角要素の値はすべて同じであり，非対角要素の中の最小値（$\rho_{\min}$）であるとする場合のトータル未達率 $SO_n(\rho_{\min})$

①トータル未達率 $SO_n(0)$

内示期間の各期の在庫量は互いに独立であることから，（6.5）式における Σ の対角要素はそのままで，それ以外の非対角要素が０である。したがって，対角要素のみを考慮すればよい。

$$SO_n(0) \equiv 1-\prod_{i=1}^{n}\int_0^{\infty} f^{(i)}\left(S_i;m_i,\sigma_i^2\right)dS_i$$
$$=1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-SO^{(i)}\right) \qquad (6.11)$$

となり，この計算法はまず未達率 $SO^{(i)}$ を計算しておき，$\left(1-SO^{(i)}\right)$ の乗算にて求めることができる。この数値計算は１次元の正規確率分布の計算を扱えばよく，きわめて容易である。

②トータル未達率指標 $SO_n(\rho_{\min})$

内示期間の各期の在庫量 $S_i, i=1,\cdots,n$ は互いに相関があるが，非対角要素の相関係数はすべて同じで，相関行列の非対角要素のうち最小値（ρ_{min}）をとると仮定した場合である．

新しい相関行列はその対角要素を除いて，

$$R_{min} \equiv \{\rho_{min}\}$$

である。$\rho_{min} \geq 0$ であり，相関係数行列 R_{min} は，対角要素以外のパラメーターは１つである．したがって，

$$SO_n(\rho_{\min})$$
$$=1-\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1}^{n}\left[1-\Phi\left(\frac{-m_i/\sigma_i+\sqrt{\rho_{\min}}\,z}{\sqrt{1-\rho_{\min}}}\right)\right]\phi(z)dz$$
$$(6.12)$$

のように，１重積分となる［25］。ここで，$\phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}t^2}$，$\Phi(t)=\int_{-\infty}^{t}\phi(v)dv$ であり，それぞれ平均０，標準偏差１の正規分布の確率密度関数，分布関数である。

6.1.4　３つの指標の性質

３つの指標の間にはきわめて便利な性質があることが示されている［2, 12, 26］。

【性質１】３つの指標の関係は，

$$SO_n \leq SO_n(\rho_{\min}) \leq SO_n(0) \qquad (6.13)$$

である。

【性質２】$n=1$ の場合は，$SO_n=SO_n(\rho_{\min})=SO_n(0)$ である。

【性質３】$n=2$ の場合は，$SO_n=SO_n(\rho_{\min})$ である。

これらの性質から，n 期間トータル未達率 SO_n の代替として $SO_n(0)$，$SO_n(\rho_{min})$ をもちいると SO_n より大きな値として計算される。例えば，$SO_n(0)$ が５％になる場合には，SO_n は５％以下になることを保証しており，在庫品切れの指標として用いる時は安全サイドの計算ができることになる。

6.2　平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$

文献［21］に基づき，在庫品切れリスクを量で表現する指標を整理した。

6.2.1　平均在庫品切れ量の定義

在庫切れが起こった時の平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$ を定義している［21］。在庫量 X につ

いて $X=x$ の分布関数 $F(x)$ とその確率密度関数を $f(x)$，未達率 ϵ とすると，

$$ESO(\epsilon)\equiv-\frac{1}{\epsilon}\int_{-\infty}^{0}xf(x)dx \tag{6.14}$$

である。ここで，

$$\epsilon=\int_{-\infty}^{0}f(x)dx=1-\int_{0}^{\infty}f(x)dx \tag{6.15}$$

である。

6.2.2　代表的リスク評価尺度との関係

リスク，例えば，金融商品の利益，支出，損失額を X とし，$X=x$ の分布関数 $F(x)$ の確率密度関数を $f(x)$，Conditional level を $(1-\theta)$ とする。なお，θ は tail probability ともいわれる［29］。また，$F(x)$ の θ に関する逆関数を $F_X^{-1}(\theta)$ とする。

代表的リスク評価尺度として $VaR_\theta(X)$，$AVaR_\theta(X)$ を取り上げる［29］。

$$VaR_\theta(X)\equiv-inf\left\{F(x)\geq\theta\right\}=-F_X^{-1}(\theta) \tag{6.16}$$

$$AVaR_\theta(X)\equiv\frac{1}{\theta}\int_0^\theta VaR_p(X)dp \tag{6.17}$$

以下は，$VaR_\theta(X)$,$AVaR_\theta(X)$，平均在庫品切れ量の関係について文献［21］に基づき整理した。

（1）$VaR_\theta(X)$ と未達率 ϵ の関係

VaR の定義より，

$$\theta=\int_{-\infty}^{F_X^{-1}(\theta)}f(x)dx=\int_{-\infty}^{-VaR_\theta(X)}f(x)dx \tag{6.18}$$

$VaR_\theta(X)=0$ の時には，（6.18）式と（6.15）式を用いて，

$$\theta=\int_{-\infty}^{-VaR_\theta(X)}f(x)dx=\int_{-\infty}^{0}f(x)dx=\epsilon \tag{6.19}$$

となり，$\theta=\epsilon$ である。すなわち，リスク量 $VaR_\theta(X)=0$ となる θ は，未達率 ϵ と同じ値である。このことは，tail probabilityϵ のリスク量 $VaR_\epsilon(X)$ は 0 であることを表している。

（2）$AVaR_\theta(X)$ と平均在庫品切れ量の関係

AVaR の定義より，

$$\begin{aligned}AVaR_\theta(X)&=\frac{1}{\theta}\int_0^\theta VaR_p(X)dp\\&=-\frac{1}{\theta}\int_0^\theta F_X^{-1}(p)dp\end{aligned} \tag{6.20}$$

$$y=F_X^{-1}(p) \tag{6.21}$$

とおくと，

$$F_X(y)=p$$

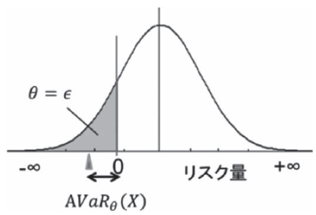
両辺を p について，微分すると，

$$\frac{F_X(y)}{dy}\times\frac{dy}{dp}=f(y)\times\frac{dy}{dp}=1$$

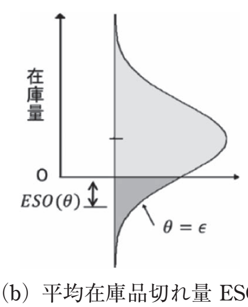
である。（6.21）式より，$p=0$ のときは $y\to-\infty$，$p=\epsilon$ のときは $y=0$ であるから，

$$\begin{aligned}AVaR_{\theta=\epsilon}(X)&=-\frac{1}{\epsilon}\int_0^\epsilon F_X^{-1}(p)dp\\&=-\frac{1}{\epsilon}\int_{-\infty}^{0}yf(y)dy=ESO(\epsilon)\end{aligned} \tag{6.22}$$

$\theta=\epsilon$ の時にはリスク量 $AVaR_\epsilon(X)$ は平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$ と等価である。リスク評価尺度と平均在庫品切れ量との関係を図 8 に示す。



（a）リスク評価尺度 AVaR



（b）平均在庫品切れ量 ESO

図 8　リスク評価尺度と平均在庫品切れ量との関係（$\theta=\epsilon$ なら $AVaR_\epsilon(X)=ESO(\epsilon)$）

(3) 平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$ の求め方

在庫量 S_i の平均 m_i，標準偏差 σ_i の正規分布に従う場合に，未達率 ϵ の時の平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$ は，

$$ESO(\epsilon) = \frac{\sigma_i}{\epsilon\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{\left(VaR_\epsilon\left(\tilde{X}\right)\right)^2}{2}\right) - m_i \tag{6.23}$$

である［29］。ここで，$\tilde{X}$ は平均０，標準偏差１に従う正規分布であり，$VaR_\epsilon\left(\tilde{X}\right)$ は EXCEL 関数を使って求めることができる。

$$VaR_\epsilon\left(\tilde{X}\right) = NORSMINV(\epsilon)$$

7.　在庫品切れリスクの評価（2）—ブレ分布が正規分布以外の場合

品種の違いや顧客の発注の状況により，ブレ分布が必ずしも正規分布でない場合あるいは，近似的にも正規分布とはみなされない場合がある。例えば，

①ブレ分布が上方提示型あるいは，下方提示型の場合でかつ，分布形が左右対称ではなく左右のどちらかに長く裾野を引く場合（例えば，ブレ分布の形がガンマ分布に近い）がある。

②相対的にいつもよくおこる注文量があるわけではなく，注文量が大きい場合も小さい場合もほぼ均等に（一様に）おこり，需要量の分布が一定の変動幅内にある場合（例えば，需要量の分布の形が一様分布に近い）がある。

文献［21, 30］に基づき，ブレ分布が正規分布以外の場合の在庫量 S_i の分布の求め方を集約した。

7.1　ブレ分布の形が特定できかつ再生性を持つ場合

ある分布に従う独立な２つの変数の和を考えたときに，和の分布も同じ形の分布になるとき，その分布は「再生性」を持つという。正規分布，ガンマ分布，カイ２乗分布，ポアソン分布，二項分布等は再生性を有する分布であることが知られている［20］。

n 期間のトータルの未達率 SO_n を求める場合に，期ごとの在庫量の平均，標準偏差，分布形が必要になるが，再生性を持つ分布の場合にはこれらが容易に求められ，リスク評価が容易にできる［2］。

分布が特定できるときには，その分布を用いた方法が有利であることが報告されている［31, 32］。

7.2　ブレ分布の形が特定できるが再生性を持たない場合

一様分布の場合は，再生性を有しないが，変数の和の分布形を計算する式が求められており，これを使うと期別の在庫量の分布形を求めることができる［33］。

7.3　ブレ分布の形が特定できない場合

ブレ分布の形が特定できないが，平均と標準偏差のみがわかっている場合である。チェビシェフの不等式を用いて，在庫量のリスク評価ができる。i 期先の在庫量 S_i の平均 m_i，標準偏差 σ_i とすると，任意の k に対して，チェビシェフの不等式［30］に当てはめてみる。

$$Prob\left(\left|S_i - m_i\right| > k\sigma_i\right) \leq 1/k^2 \tag{7.1}$$

すなわち，標準偏差 σ_i の k 倍から外れる確率は $1/k^2$ 以下であることを示している。

7.4　ブレ分布が度数分布表であらわされる場合

実務的には，過去の業務データの統計処理をしてブレ分布を求めるが，代表的な分布の形にならない場合，分布形が単一の数式で表現されず区分的に決まる場合，度数分布表であらわされる場合などがあり，特別な工夫が必要になる。

8.　内示理論の適用

8.1　内示業務プロセスを規定するキー項目

内示を用いて在庫レベルのリスク評価を行い，適切な生産あるいは発注を行う業務プロセスを「内示業務プロセス」と呼ぶ。文献［17–20］をもとに，内示業務プロセスを規定するキー項目，特にブレパターンを中心にして，図 9 に示すように更新した。内示理論に基づいて，新しく内示業務プロセスを構築する場合や既存の内示業務プロセスを再構築する場合などに留意すべき設計項目である。

図 9 のキー項目を用いて表現される内示業務プロセスの一例を示す。(　) の中にキー項目を対応付けている。

『取引先の発注部門（内示提示部門）から品番単位（内示情報項目）に，毎週金曜日（内示提示タイミング）に，日ごと（時間の単位）に，翌々週から先 3 か月（内示提示期間）の内示情報をうけとる。確定注文は，翌週月曜日（確定注文提示タイミング）から 1 週間（確定注文提示期間）である。ブレ分布は，過去のデータについて統計処理をして求めた。ブレの分布（内示ブレパターン）は，平均はほぼ 0（中央提示型）で，分布の形は正規分布に近く，左右対称（ブレ分布）である。在庫レベルのリスク評価は未達率 $SO_n(0)$ と平均在庫品切れ量 $ESO(\epsilon)$（リスク評価尺度）の 2 つを用いて行うことにした。これらの活動は毎週金曜日ごとに繰り返される（内示提示パターンがローリング型)。』

実際の内示業務プロセスは，これらのキー項目の組み合わせであり，多くのバリエーションが派生する。それぞれのバリエーションのケースに合わせて，2，3 章で示した基本形モデルの枠組みへのあてはめを行う。

8.2　内示理論の適用時の留意点

(1)　リスクを考慮した生産量あるいは発注量の決定方法

初期在庫量 S_0，内示 $\bar{d}_i(0<i\leq n)$，ブレの平均値 $\mu_i(0<i\leq n)$ が与えられれば，在庫量の期待値 $\mathrm{E}\left[S_i\right]$ を適正な在庫目標に位置づけるような $x_i(0<i\leq n)$ を求める「生産量（あるいは発注量）の決定問題」を定式化できる。

この立場から多くの論文がある。内示を活用し，単期間および多期間の生産計画の解法を示

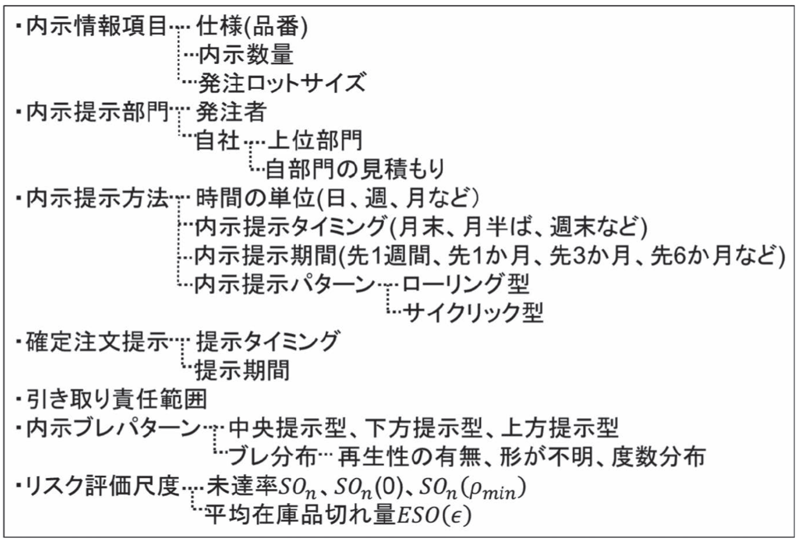


図 9　内示業務プロセスを規定するキー項目

したマスカスタマイゼーション対応の生産計画システム［8–16］とそのソフトウエアに関するもの［11, 14］，多段階の生産計画［34, 35］，物流計画［36, 37］，販売生産連携計画［38］への適用が報告されている。また，限定された需要情報のもとでの多期間生産計画［39］, リスクを考慮した在庫補充［40–42］, ゲーム理論的アプローチによる計画の作成法［22］が報告されている。

(2) 在庫品切れ以外の評価指標

在庫品切れ以外の評価指標としてロバストネス，フレキシビリティの視点から発注方式を検討したもの［43–45］，内示システムを採用するサプライチェーンにおけるブルウィップ効果を扱ったもの［46, 47］が報告されている。

9. おわりに

本論文においては，内示は確定注文の到着に先立って，「顧客の調達活動（受取側から見れば需要)」を予想できそうな先行需要予測情報であると認識し，内示を生産管理，在庫管理，発注管理に有効に活用するための方法を内示理論として体系化したものである。更に「安全在庫法」と比較して，「内示を用いた方法」の優位性を明らかにした。

(1) 内示と確定注文の差をブレと定義し，確定注文を内示とブレの和で表現し，期ごとの在庫量を初期在庫量，生産量（あるいは発注量)，内示，ブレを用いてモデル化した。

(2) ブレ分布の平均値と標準偏差をもとに，期ごとの在庫量の平均，標準偏差を導いた。また，在庫見通しを定義し，在庫の期待値と在庫見通しの違いを明らかにした。不確実な需要環境においては，在庫見通しを用いる方法は課題が多いことを述べた。

(3) 不確実な需要環境の下では，従来の「安全在庫法」に比較して「内示を用いる方法」が優位であることを理論的に証明した。また，内示を用いることの意味を詳述した。

(4) 在庫のリスクを評価する尺度として，未達率，平均在庫品切れ量をとりあげ，一般的なリスク評価尺度との関係性を整理した。

この２つのリスク評価指標は在庫品切れリスクに対して異なった側面のリスク表現であり，併用することがレジリエンスを高めることに重要であることを述べた。

(5) 内示業務プロセスを規定するキー項目を体系化した。実際の内示業務プロセスはこれらのキー項目の組み合わせであり，多くのバリエーションが派生することを述べた。それぞれのバリエーションに合わせて，基本形モデルへのあてはめを行うことが大切である。

今後の課題として，

(1) 内示そのものの特性についてのさらなる研究が求められる。先行需要予測情報としてより適正な内示の構成法を探求する必要がある。

(2) 内示を時系列データとみなして，時系列的な特性の解析が必要である。内示は非定常過程であると思われるが，内示と確定注文の差すなわちブレについての時系列的な特性の検証が必要であろう［48］。

(3) 実務的には，より少ないサンプルを用いてブレ分布を構成しなければならない場合のリスク評価，発注計画の作成法等が求められる。

現在はビジネスのスピードが激しい時代である。顧客からの注文の変動は大きく，それを反映して必要な資材，部品の調達においても，それは伝搬され，変動は大きくなる。これらの調達活動における需要変動の傾向は，確定注文に先行して，「内示の変動」となって，受取側に届く。内示理論では確定注文を「内示とブレの和」としてモデル化する。確定注文そのものを予測しようとはせず，まず先行需要予測情報である内示を利用し，そのうえで内示では反映できていないブレが加わると考える。ブレの標準

偏差は，確定注文の標準偏差より小さくなると見込まれることから内示を使う方法が有利である。従来では見過ごされてきた事柄に対して，今日的な視点から内示の優位性を指摘した。

不確実な時代において，内示という先行需要予測情報を生産管理，在庫管理，発注管理に有効に活用する方法を体系化した内示理論は意義深いと思われる。

謝辞：これまで暖かくご指導とご助言を賜った多くの先生方，産業界の関係方々に厚くお礼申し上げます。内示という言葉を抽象化することなくそのままを用いることの意義を教えていただきました黒田充先生（青山学院大学名誉教授），在庫理論について広くご指導をいただきました故大野勝久先生（名古屋工業大学名誉教授）に深くお礼申し上げます。ヒアリング調査を受け入れていただき，データや事例の提供や深い議論をしていただきましたマツダ（株）故島岡浩氏，渋木宏明氏，NS ウエスト（株）倉本敏明氏に厚く感謝いたします。IT コーディネーター，中小機構アドバイザー（元マツダ（株））慶徳晴司氏には共同にて調査を行うとともに解決法の考案等について貴重なヒントをいただきました。マツダ（株）のサプライヤー殿には受発注業務などのご教示をいただき感謝いたします。名古屋地区の自動車部品サプライヤー関係方々には，実態把握の機会を作っていただき，多くの勉強をさせていただいたことに感謝いたします。共同研究者の富山県立大学奥原浩之教授には理論面の深い議論をいただきました。本学メディアビジネス学部丹羽啓一教授，経済学部得津康義教授には OR やデータ解析法について多くの示唆をいただきました。筆者が勤務した県立広島大学，広島経済大学の学生，院生には，データ・資料整理，数値計算，図表の作成等の協力いただき，感謝いたします。最後に，このような研究の機会を与えていただきました学校法人石田学園広島経済大学関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

[1] 黒田　充，大野勝久監訳：サプライチェーンハンドブック，朝倉書店（2008）

[2] 上野信行：内示情報と生産計画―持続可能な社会における先行需要情報の活用―，朝倉書店（2011）

[3] 門田安弘：トヨタプロダクションその理論と体系，ダイヤモンド社（2006）

[4] 下川浩一，佐武弘章編：日産プロダクションウエイ―もう一つのモノづくり革命，有斐閣（2011）

[5] 下川浩一，藤本隆宏編：ホンダ生産システム，文眞堂（2013）

[6] 島岡　浩：マツダの生販統合システム，CAD&CIM, No. 22, pp. 76–79（1991）

[7] 冨野貴弘：電機企業におけるフレキシブル生産の追及―サプライチェーン・マネジメント導入の取り組み―，同志社大學大學院商學論集／同志社大学大学院商学論集編集委員会，Vol. 34, No. 2, pp. 90–114（2000）

[8] 上野信行，古田恭三，奥原浩之，渋木宏明，倉本敏明：マスカスタマイゼーション対応の生産管理システムの提案，システム制御情報学会論文誌，Vol. 17, No. 6, pp. 221–229（2004）

[9] 上野信行，古田恭三，奥原浩之，渋木宏明，倉本敏明：マスカスタマイゼーション対応生産計画システムの多品種モデルへの拡張，システム制御情報学会誌，Vol. 18, No. 3, pp. 89–99（2005）

[10] N. Ueno, K. Okuhara, H. Ishii, H. Shibuki and T. Kuramoto: Multi-item production planning and management system based on unfulfilled order rate in supply chain, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 50, No. 3, pp. 201–218（2007）

[11] 上野信行，川崎雅也，奥原浩之，片岡隆之：購買型 MCPS と δ 強制法の提案，県立広島大学論集，Vol. 1, No. 2, pp. 69–78（2010）

[12] 上野信行，川崎雅也，奥原浩之：内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案，システム制御情報学会誌，Vo. 23, No. 7, pp. 147–156（2010）

[13] 上野信行，角本清孝，奥原浩之：内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案（Ⅱ）―未達率指標の特性解析と基点在庫方策との比較―，システム制御情報学会誌，Vol. 24, No. 3, pp. 43–53（2011）

[14] 上野信行，角本清孝，奥原浩之：内示情報を用いた生産計画ソフトウェア MCPS，県立広島大学論集，Vol. 3, No. 1, pp. 195–214（2011）

[15] N. Ueno, K. Kadomoto and K. Okuhara: An Optimal Solution for Mass Customization Production Planning System with Uncertain Advance Demand Information, Proceedings of International Symposium on Scheduling 2011, pp. 123–128（2011）

[16] N. Ueno, K. Kadomoto, T. Hasuike and K. Okuhara: A Two Stage Solution Procedure for Production Planning System with Advance Demand Information, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 6-5, pp. 633–646（2012）

[17] 上野信行，角本清孝，奥原浩之：内示情報を用いた生産計画の分類と適用，スケジューリング・シンポジウム2010論文集，pp. 171–176（2010）

[18] 上野信行，高橋周平，奥原浩之：内示情報を用いた生産計画システムの分類と活用手順，日本経営システム学会誌，Vol. 28, No. 1, pp. 27–36（2011）

[19] 上野信行：レジリエンスに優れた内示生産システムの体系化についての考察―システム特性・

分類・レジリエンスとその展開―，県立広島大学論集，Vol. 7, No. 1, pp. 191－202（2015）
[20] 上野信行：内示生産システムにおける需要の不確実性への対応，広島経済大学経済研究論集，第39巻３，４号合併号，pp. 1－12（2016）
[21] 上野信行，栗栖　優，韓　虎剛，奥原浩之：在庫管理におけるレジリエンス向上のためのリスク評価尺度の考案，県立広島大学論集，Vol. 6, No. 1, pp. 43－56（2014）
[22] 上野信行，田口雄基，奥原浩之：AVaR に基づいた週間生産計画法の提案―ゲーム理論的アプローチ―，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌 TORSJ, 58, pp. 101－121（2015）
[23] P. H. Zipkin: Foundation of Inventory Management, McGraw-Hill（2000）
[24] 大野勝久：Excel による生産管理，朝倉書店（2011）
[25] Y. L. Tong: The Multivariate Normal Distribution, Springer-Verlag（1990）
[26] Y. L. Tong: Probability Inequalities in Multivariate Distributions, Academic Press（1980）
[27] R. N. Curnow and C. W. Dunnett: The numerical evaluation of certain multivariate normal integrals, Ann. Math. Statist., 33, pp. 571－579（1962）
[28] S. S. Gupta: Probability integrals of multivariate normal and multivariate t, Ann. Math. Statist., 34, pp. 792－828（1963）
[29] S. T. Rachev, S. V. Stoyanov and F. J. Fabozzi: Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimization, John Wiley & Sons, Inc.（2008）
[30] 尾崎俊治：確率モデル入門，朝倉書店（2002）
[31] N. Ueno, E. Domoto and K. Okuhra: Demand distribution-based mass customization production management by unfulfilled order rate, International Journal of the Japan Association for Management Systems, Vol. 1, No. 1, pp. 77－82（2009）
[32] E. Domoto, N. Ueno and K. Okuhara: Production Planning and Management System based on Unfulfilled Order Rate with Gamma Distribution, Japan-America Institute of Management Science, International Conference on Business & Information（2008）
[33] 堂本絵里，奥原浩之，上野信行：需要が一様分布に従う場合の内示情報を用いた生産計画システム，日本経営システム学会誌，Vol. 28, No. 3, pp. 205－214（2012）
[34] 上野信行，川崎雅也，奥原浩之，片岡隆之：マスカスタマイゼーション対応の多段階工程生産計画法の提案，県立広島大学論集，Vol. 1, No. 1, pp. 183－192（2009）
[35] N. Ueno, M. Kawasaki, T. Kataoka and K. Okuhara: Mass customization production planning system for multi-process, Proceedings of International Symposium on Scheduling 2009, pp. 185－190（2009）
[36] 上野信行，山本　剛，奥原浩之：需要の不確実性を考慮した多拠点の生産・配送統合モデル（MCPS-D）の開発―マスカスタマイゼーション対応の生産計画システムの物流分野への応用―，県立広島大学論集，Vol. 1, No. 1, pp. 169－182（2009）
[37] 上野信行，宇都宮遥加：不確実な需要に対応した多品種多拠点配送計画システム（多品種MCPS － D），県立広島大学論集，Vol. 3, No. 1, pp. 161－174（2011）
[38] 上野信行，呂　海涛：不確実な需要環境における社内内示情報を活用した販売・生産部門連係生産計画システム，県立広島大学論集，Vol. 5, No. 1, pp. 65－76（2013）
[39] 川﨑雅也，竹本康彦，上野信行，有薗育生：限定された需要情報のもとでの多期間生産計画に関する一考察，システム制御情報学会論文誌，Vol. 22, No. 11, pp. 396－398（2009）
[40] 上野信行，李　偉，奥原浩之：(s-S) 方策における需要量の期待値の変動と補充点・発注点の関係日本経営システム学会誌，Vol. 30, No. 2, pp. 127－131（2013）
[41] 上野信行，李　偉，韓　虎剛，奥原浩之：内示情報を用いた在庫補充方策の特性解析，日本経営システム学会誌，Vol. 31, No. 1, pp. 37－44（2014）
[42] 上野信行，李　偉，奥原浩之：レジリエンスを考慮した在庫補充モデルの提案，日本経営システム学会誌，Vol. 32, No. 1, 67-75（2015）
[43] 上野信行：部品サプライヤーの発注方式の評価，広島経済大学50周年記念論文集，pp. 1－24（2017）
[44] 上野信行：部品サプライヤーの発注方式の強化―在庫補充方法の改善と毎日発注方式の提案―，経済研究論集，第40巻，第２・３号，pp. 5－14（2017）
[45] 上野信行：様々な評価指標に基づくサプライヤー発注方式の性能評価―需要のばらつきが大きい場合―，経済研究論集，第41巻，第１号，pp. 1－11（2018）
[46] 上野信行：自動車産業の２段階サプライチェーンにおけるブルウィップ効果の定量化に関する基礎的解析，経済研究論集，第41巻，第２・３号，pp. 5－17（2018）
[47] 丹羽啓一，上野信行：自動車産業のサプライチェーンにおける複合要因によるブルウィップ効果に関する解析，経済研究論集，第42巻，第３号，pp. 57－73（2020）
[48] 沖本竜義：経済・ファイナンスデータの計量時系列分析，朝倉書店（2019）