広島経済大学経済研究論集
第39巻第1・2号　2016年9月
http://dx.doi.org/10.18996/keizai2016390102

シャープレイ値に基づく生産計画モデルにおける生産平準化について
――シャープレイ値配分と生産平準化配分の関係――

上　野　信　行*

概　要

近年，劣化，環境変化，不確実性など日常的なリスクへの対応が重要である。とりわけ生産管理分野においては不確実な注文に対する在庫不充当がリスクと考えられ，これを考慮した生産計画モデルの確立が急務である。

既に，リスク指標として *AVaR*（*Average Value-at-Risk*）を用い，協力ゲーム理論を適用して，多期間の生産計画問題について，解を求める方法が提案されている。*AVaR* は不確実な需要量の分散の大きさから生じる在庫量の分布のすそ野の広がりによるリスクを表現するものである。解法としては，第1段階において，*AVaR* を特性関数として，計画期間トータルに想定される需要量をゲーム理論におけるシャープレイ値を用いて，各期に配分し，期別の想定される需要量を決定する。次に，第2段階において，ゲーム理論の結果を時系列に展開して期別の生産量を求めるものである。これをシャープレイ値配分と呼ぶ。内示生産システムに適用した場合の在庫量，生産量の特性が明らかになり，対応する在庫補充政策が導かれている。

一方，現実的な立場から，生産計画においては，製造面，原材料調達面から日々の生産量が極力変動なく，一定で平準化されていることが望ましい。そのために，シャープレイ値配分に基づく週間生産計画モデルに対して，生産平準化の視点からの考察が不可欠である。

そこで，本論文では，シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルをベースに，生産平準化指向の生産計画モデルを提案するとともに，シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルと生産平準化指向の生産計画モデルとの関係を数値計算面から考察するものである。

キーワード：在庫計画，リスク評価尺度，*AVaR*（*Average Value-at-Risk*），シャープレイ値，多期間生産計画，レジリエンス，生産平準化，２次計画法

1.　は じ め に

近年，自然災害，金融危機など非日常的なリスクや劣化，環境変化，不確実性など日常的なリスクに対してレジリエンス［1］を考慮した生産・在庫管理が不可欠である。生産システムにおいては，顧客からの注文に対する不充足（在庫切れと同じ）が続けば，事業継続性が損なわれる。また，トラブル時でも即時に，安定的供給ができる回復力を確保しておく必要がある。このような日常的に起こる不確実な注文に対する不充当をリスクと捉え，リスクを考慮した生産計画モデルの確立が急務である［2–4］。

既に，リスク指標として *AVaR*（*Average Value-at-Risk*）を用い，協力ゲーム理論［5–7］を適用して，多期間の生産計画問題について，解を求める方法が提案されている［8, 9］。*AVaR* は不確実な需要量の分散の大きさから生じる在庫量の分布のすそ野の広がりによるリスクを表現するものである。解法としては，第1段階においては，*AVaR* を特性関数として，計画期間トータルに想定される需要量をゲーム理

＊ 広島経済大学大学院経済学研究科教授

論におけるシャープレイ値［5］を用いて，各期に配分し，期別の想定される需要量を決定する。次に，第２段階においては，ゲーム理論の結果を時系列に展開して期別の生産量を決めるものである。これをシャープレイ値配分と呼ぶ。内示生産システム［10］に適用した場合の在庫量，生産量の特性を明らかにし，対応する在庫補充政策を導いている。在庫量あるいは，在庫品切れ量の多次元同時確率分布計算を必要としない。需要が期ごとに互いに相関を持つ場合への拡張が容易であることが示されている［8］。

一方，現実的な立場から，生産計画においては，製造面，原材料調達面から日々の生産量が極力変動なく，一定で平準化されていることが望ましい。そのために，シャープレイ値配分に基づく週間生産計画モデルに対して，生産平準化の視点からの考察が不可欠である。

そこで，本論文では，シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルをベースに，生産平準化指向の生産計画モデルを提案するとともに，シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルと生産平準化指向の生産計画モデルとの関係を数値計算面から考察するものである。

2. シャープレイ値配分による生産計画問題とは

2.1 問題の概要

計画期間を n 期とする。$i(\le n)$ 期の不確実な需要量を d_i，需要量の期待値を $\bar{d}_i$，需要量の分散を ω_i^2 とし，互いに独立な正規分布に従うとする。

$$d_i \sim N\left(\bar{d}_i, \omega_i^2\right) \tag{2.1}$$

$$Cov\left(d_i, d_j\right) = 0 \left(\forall i \ne j\right) \tag{2.2}$$

需要量の分散共分散行列 A は，

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

と所与である。また，1から n 期までの累積需要量を D とする。

$$D = d_1 + d_2 + \cdots + d_n \tag{2.4}$$

信頼水準を α とし，$VaR_D(1-\alpha)$ を $Pr(D \ge x) \le \alpha$ となる最小の x であるとする。全期間の累積需要量 D に対する $AVaR_{D|D}(1-\alpha)$ は，

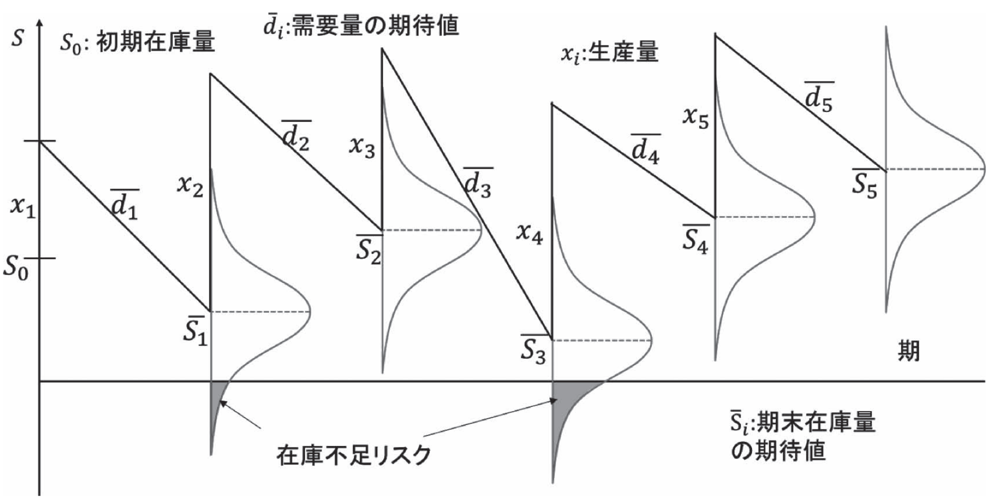

図１ 5期間の生産計画（例）と記号

$$AVaR_{D|D}(1-\alpha)=E\left[D\middle|D>VaR_D(1-\alpha)\right] \tag{2.5}$$

である。Eは，期待値をとることを表している。

シャープレイ値配分に基づく生産計画問題とは，「初期在庫量S_0，信頼水準αを所与として，(2.4) 式であらわされる計画期間の累積需要量Dに対して，信頼水準範囲内の想定需要量$AVaR_{D|D}(1-\alpha)$を満足するように，計画期間の期別の生産量$(x_i,\ \ i=1,\cdots,n)$を求める」ことである。図１に，５期間の生産計画の例と関連する記号を表している。例えば，初期在庫量S_0に，１期目における生産量x_1が加わり，１期目の需要量の期待値$\bar{d}_1$を減じて，１期目末の在庫量の期待値$\bar{S}_1$と推移する。

2.2　シャープレイ値とは

協力ゲームは，n人のプレーヤーの集合$N=\{1,2,\cdots,n\}$と特性関数vの組(N,v)によって表現される。特性関数vは，Nの部分集合Sに対して，Sに含まれるメンバーが獲得できる利得の値を与える関数である。特性関数vがすべての相交わらない２つの提携S，$T\subseteq N$，$S\cap T=\{\ \}$に対して，$v(S)+v(T)\leq v(S\cup T)$となるとき，vは優加法性を満たすという。特性関数vが優加法性を満たす場合は，独自に行動するよりも，提携して共同して行動した方が獲得できる利得は小さくなることはないことが知られている [7]。したがって，提携のサイズは大きくなっていき，最終的に全員提携が形成され，全員提携が形成されたときに獲得できる値$v(N)$をプレーヤー間でどのように分け合うかを決めることが解をもとめることになる。

ゲーム(N,v)において，任意の提携SとSに含まれない任意のプレーヤーiを考えるときに，$v(S\cup\{i\})-v(S)$を提携Sに対するiの貢献度として定義されている。

シャープレイ値は，協力ゲーム(N,v)において，提携に対するプレーヤーの貢献度に基づき，利得が配分されると考える。プレーヤーiの配分量π_iはシャープレイ値であり，次のように計算される。

$$\pi_i=\sum_{S\subset N-\{i\}}\frac{|S|!(n-|S|-1)!}{n!}\left(v(S\cup\{i\})-v(S)\right) \tag{2.6}$$

ここで$|S|$は，Sに含まれるプレーヤーの数である。

(2.6) 式の意味は，シャープレイ値とは，提携Sに，Sに含まれない$\{i\}$が加わった時の利得の増加分$v(S\cup\{i\})-v(S)$ （すなわち貢献度）の期待値であることを示している。シャープレイ値は，次の性質を有している。

①全体合理性　$\sum_{i=1}^{n}\pi_i=v(N)$　(2.7)

②個人合理性　$\pi_i\geq v(\{i\}),\ \ \forall i$　(2.8)

性質①は，全員の利得を合計したものは，$v(N)$に等しいことを表している。したがって，シャープレイ値π_iは，全員が提携した時に得られる利得$v(N)$を各プレーヤーに配分した配分値である。

性質②は，各プレーヤーが得る利得は，そのプレーヤーが単独で行動した時に得る利得を下回らないことを表しており，各プレーヤーは連携した方が得であるから提携に加わる動機を持つことを表している。

2.3　シャープレイ値と生産計画問題との対応付け

2.3.1　提携と *AVaR*

プレーヤーiを生産計画における「i期」にあてはめ，提携Sを「期の合成」と考える。

生産計画問題は，$AVaR$を評価指標とすることから，特性関数は$-AVaR$とする。$-$をつけることにより，$-AVaR$は優加法性を満たす。

提携Sの累積需要量を$D(S)=\sum_{i\in S}d_i$とすると，

①全期間（全提携N）の累積需要量Dの$AVaR$

$D=D(N)=\sum_{i\in N}d_i$に対する$AVaR$は，

$$AVaR_{D|D}(1-\alpha) = E\left[D \middle| D > VaR_D(1-\alpha)\right] \tag{2.9}$$

②i期（提携$\{i\}$）の需要量d_iの$AVaR$

$D(\{i\})=d_i$に対する$AVaR$は，

$$AVaR_{d_i|D}(1-\alpha) = E\left[d_i \middle| D > VaR_D(1-\alpha)\right] \tag{2.10}$$

③合成期間（提携S）の累積需要量の$AVaR$

$D(S)=\sum_{i\in S}d_i$に対する$AVaR$は，

$$AVaR_{D(S)|D}(1-\alpha) = E\left[D(S) \middle| D > VaR_D(1-\alpha)\right] \tag{2.11}$$

となる。

2.3.2　特性関数

特性関数$v(S)$を求める。i期の在庫量に影響を及ぼす需要量D_iとその特性を求めておく。

$$D_i = d_1 + d_2 + \ldots + d_i = \sum_{t=1}^{i} d_t \tag{2.12}$$

である。D_iの特性は，$i<j$として，

$$E[D_i] = \sum_{t=1}^{i} \bar{d}_t \tag{2.13}$$

$$Var[D_i] = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \ldots + \omega_i^2 = \sum_{t=1}^{i} \omega_t^2 \equiv \sigma_{ii} \tag{2.14}$$

$$Cov[D_i, D_j] = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \ldots + \omega_i^2 = \sum_{t=1}^{i} \omega_t^2 \equiv \sigma_{ij} \tag{2.15}$$

となる。すなわち，D_iの分散共分散行列Σは，

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_1^2 & \cdots & \omega_1^2 \\ \omega_1^2 & \omega_1^2+\omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_{n-1}^2 \\ \omega_1^2 & \cdots & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_{n-1}^2 & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \sigma_{n-1n} \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn-1} & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

となる。これらを用いて，提携Sの特性関数は，

$$v(S) = -AVaR_{D(S)|D}(1-\alpha) = -\left(\sum_{i\in S}\bar{d}_i + K\sqrt{\sum_{i\in S}\sum_{j\in S}\sigma_{ij}}\right) \tag{2.17}$$

$$K = \frac{\varphi(z_{1-\alpha})}{1-\Phi(z_{1-\alpha})} \tag{2.18}$$

$$z_{1-\alpha} = \frac{VaR_{D(S)}(1-\alpha) - \sum_{i\in S}\bar{d}_i}{\sqrt{\sum_{i\in S}\sum_{j\in S}\sigma_{ij}}} \tag{2.19}$$

である［11, 12］。

ここで，φ，Φは，それぞれ標準正規分布における確率密度関数と累積確率分布関数である。(2.17) 式の特性関数$v(S)$は，優加法性を満たしている。なお，需要量d_iに相関がある場合は，$Cov(d_i, d_j)\neq 0\ (i\neq j)$であるから，これに対応する$D_i$の分散共分散行列を求めて，$\sigma_{ij}$とすればよい。

2.3.3　解法の基本的な考え

既に筆者により提案されている解法の基本的な考えは以下のとおりである［8］。

まず$AVaR$を評価指標として累積需要量Dに対する$AVaR_{D|D}(1-\alpha)$を求め，これを満足するように，ゲーム理論におけるシャープレイ値π_iを求め，π_iの比率で，$AVaR_{D|D}(1-\alpha)$を各期に配分し，期別の想定される需要量を決定する。次に，シャープレイ値π_iを用いて，後で述べる方法にて期別の生産量を決める。

このようにして求める生産計画におけるシャープレイ値π_iの意味を述べる。特性関数として，技巧的に$-AVaR$を使うことから，すべてのπ_iは，負となるので，意味を解釈するときには，$-\pi_i$を考える。$AVaR_{D|D}(1-\alpha)$は，全提携Nの利得であり，生産計画問題では，

$\sum_{i=1}^{n} d_i$ に対する信頼水準 α で計画期間トータルの想定される需要量（トータル想定需要量と呼ぶ）であり，かつ全体合理性より $AVaR_{D|D}(1-\alpha) = -v(N) = \sum_{i=1}^{n}(-\pi_i)$ であるので，すべての期の $-\pi_i$ の合計は，トータル想定需要量と合致する。

このことより，$-\pi_i$ は，トータル想定需要量を各期に割り振られる想定需要量（期別想定需要量と呼ぶ）である。この値以上の需要量が発生すると，信頼水準 α で，$AVaR$ を上回る需要量が想定される。逆に，期別の期首に $-\pi_i$ に相当する在庫量を保有しておけば，信頼水準 α で想定されるリスクにほぼ対応できる。

2. 4　期別生産量の決定

初期在庫量 S_0，i 期の在庫量 S_i，生産量 x_i とすると，計画段階における i 期の期首（すなわち，$i-1$ 期末）の在庫量のもっともらしい値は，期待値 $E[S_{i-1}]$ とみなせることから，

$$E[S_{i-1}] + x_i = -\pi_i \tag{2.20}$$

である。したがって，各期の生産量 x_i は，

$$x_1 = -\pi_1 - S_0 \ (i=1) \tag{2.21}$$

$$x_i = -\pi_i - E[S_{i-1}] \ (i \geq 2) \tag{2.22}$$

として求めることができる［8］。ここで，$E[S_i] = -\pi_i - \bar{d}_i$ であるから，

$$x_1 = -\pi_1 - S_0 \tag{2.23}$$

$$x_i = -\pi_i + \pi_{i-1} + \bar{d}_{i-1} \ (i \geq 2) \tag{2.24}$$

尚，$x_i < 0$ の場合は，$x_i = 0$ とおく。ここで，一般性を失うことなく，$x_1 \geq 0$ としておく。初期在庫量 S_0 が大きく，$x_1 < 0$ の場合は，生産量 $x_1 = 0$ として，1期目をはずし2期目以降から再計算すると考える。

3.　シャープレイ値配分に基づく生産計画問題の 2 次計画表現

シャープレイ値は，（2.6）式により一意的に求めることができるが，一方では，別の定式化が可能である。

$$\sum_{i \in S} \pi_i = \pi(S) \tag{3.1}$$

と置いて，次の 2 次の最適化問題を解くことにより求めることができることが Ruiz らにより証明されている［13–15］。

【モデル A：シャープレイ値を求める 2 次計画モデル】

$$\begin{aligned} &\min \sum_{S \subset N} \left(v(S) - \pi(S)\right)^2 m(S) \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} \pi_i = v(N) \\ &\pi_i \geq v(\{i\}), \quad \forall i \end{aligned} \tag{3.2}$$

ここで，

$$m(S) = \frac{1}{n-1} \binom{n-2}{|S|-1}^{-1} \tag{3.3}$$

（3.2）式の制約条件の 1 つ目は全体合理性，2 つ目は個人合理性であり，評価関数としては，提携 S の特性関数 $v(S)$ と各プレイヤーのシャープレイ値の差の 2 乗和を表している。$m(S)$ は，それらの重みである。

この定式化は，シャープレイ値の算出に際して，任意の提携 S に対して，$v(S)$ を求めて，（2.6）式を用いて一意に計算する方法に比べて，$\pi_i (i = 1, \cdots, n)$ を変数として（3.2）式であらわされる 2 次計画問題の解として求まることを示している。拡張性が高いし，また通常の EXCEL Solver で簡単に求めることができる。

4.　生産平準化指向の生産計画モデルの提案

生産計画においては，日々の生産量が変動なく，極力一定で均等化されていることを生産平準化という。１日の生産量がほぼ一定となり，作業量が均等化される。また，生産量に基づき必要となる材料，資材，部品の数量も均等化され，発注量が一定量化し，納入も平均化する。

シャープレイ値を求める２次計画問題の枠組みを使って，生産平準化指向の生産計画モデルを提案する。

期別の配分量$\left(\pi_i,\ \ i=1,\cdots,n\right)$と生産量の関係が2.4節（2.23）（2.24）式ように導出されており，これらを使って期別の配分量$\left(\pi_i,\ \ i=1,\cdots,n\right)$から期別の生産量$\left(x_i,\ \ i=1,\cdots,n\right)$を求めることができる。期別生産量の平均値を基準の生産量$\bar{x}$とすると，

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\sum\nolimits_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n} \tag{3.4}$$

となる。これを用いて，生産平準化指向の生産計画モデルの制約条件は，全体合理性，個人合理性及び期別想定需要量（シャープレイ値）と生産量の換算式である。また，評価関数は，期別の生産量x_iと基準の生産量$\bar{x}$との偏差の２乗和で表わす。以上の結果から，生産平準化指向の生産計画モデルは，$z_i\left(i=1,\cdots,n\right)$を変数とする次の２次計画問題として定式化される。

【モデル B：生産平準化指向の生産計画モデル】

$$\begin{aligned}
&\min\sum_{i\in N}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\\
&\text{s.t.}\quad \sum\nolimits_{i=1}^{n}z_i=v\left(N\right) \qquad (3.5)\\
&z_i\ge v\left(\left\{i\right\}\right),\quad \forall i\\
&x_1=-z_1-S_0\\
&x_i=-z_i+z_{i-1}+\bar{d}_{i-1},\quad \forall i\ge 2
\end{aligned}$$

5.　モデルの拡張

5.1　２つのモデルの統合

シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルと生産平準化指向の生産計画モデルの統合モデルを定式化しておく。２つのモデルは，それぞれシャープレイ値，制約条件下での生産平準化となる解を求めるものである。それに加えて，シャープレイ値と生産平準化のバランスのよい解を求めたい。それで，シャープレイ値配分に基づく生産計画を求めるモデル A の評価関数に対して重みp（定数），生産平準化指向の生産計画を求めるモデル B の評価関数に対して重みq（定数）をかけて総和を求めた統合モデルを定式化する。

【モデル C：統合モデル】

$$\begin{aligned}
&\min\quad p\sum_{S\subset N}\left(v\left(S\right)-\pi\left(S\right)\right)^2 m\left(S\right)\\
&\qquad\qquad +q\sum_{i\in N}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\\
&\text{s.t.}\quad \sum\nolimits_{i=1}^{n}z_i=v\left(N\right) \qquad (3.6)\\
&z_i\ge v\left(\left\{i\right\}\right),\quad \forall i\\
&x_1=-z_1-S_0\\
&x_i=-z_i+z_{i-1}+\bar{d}_{i-1},\quad \forall i\ge 2
\end{aligned}$$

統合モデルにおいて，$p=1$，$q=0$の場合は，シャープレイ値配分に基づく生産計画結果であり，$p=0$，$q=1$の場合は，生産平準化指向の生産計画結果を求めることができる。$0<p<1$，$0<q<1$の場合は，シャープレイ値配分に基づく生産計画と生産平準化指向の生産計画のバランス型の計画を求めることができる。

5.2　２つのモデルの関係性の解析

5.1節の統合モデルを応用して，２つのモデルの関係性を調べる。そのために，関係性の解析のためのモデルを定式化する。

解析のポイントは，

(1) 生産平準化指向の生産計画モデルにおいてシャープレイ値を満足する解はあるか？またどの程度の精度で，一致するか。

(2) 解がシャープレイ値を満足し，かつ２つのモデルがその評価関数値まで同一となることはあるか。２つのモデルの関係はどうか。

である。

それで，(3.6) 式で表わされる統合モデルをベースに，解析のための２つの定式化を行う。

１つは，技巧的な変数 ε を導入して，ε を極力小さくすることにより，解が高い精度で，シャープレイ値 π_i^0 を満足する条件

$$|z_i - \pi_i^0| < \varepsilon,\quad \forall i$$

を織り込んだ定式化①である。

【定式化①】

$$\min p \sum_{S \subset N} \left(v(S) - \pi(S)\right)^2 m(S) + q \sum_{i \in N} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 + 10000\varepsilon$$

$$\text{s.t.}\quad \textstyle\sum_{i=1}^{n} z_i = v(N) \qquad (3.7)$$

$$z_i \ge v(\{i\}),\quad \forall i$$

$$x_1 = -z_1 - S_0$$

$$x_i = -z_i + z_{i-1} + \bar{d}_{i-1},\quad \forall i \ge 2$$

$$|z_i - \pi_i^0| < \varepsilon,\quad \forall i$$

定式化①に加えて，さらに２つのモデルの評価関数値が同一になる条件

$$p \sum_{S \subset N} \left(v(S) - \pi(S)\right)^2 m(S) = q \sum_{i \in N} \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

を織り込んだ定式化②を導く。

【定式化②】

$$\min p \sum_{S \subset N} \left(v(S) - \pi(S)\right)^2 m(S) + q \sum_{i \in N} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 + 10000\varepsilon$$

$$\text{s.t.}\quad \textstyle\sum_{i=1}^{n} z_i = v(N) \qquad (3.8)$$

$$z_i \ge v(\{i\}),\quad \forall i$$

$$x_1 = -z_1 - S_0$$

$$x_i = -z_i + z_{i-1} + \bar{d}_{i-1},\quad \forall i \ge 2$$

$$|z_i - \pi_i^0| < \varepsilon,\quad \forall i$$

$$p \sum_{S \subset N} \left(v(S) - \pi(S)\right)^2 m(S) = q \sum_{i \in N} w_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

(3.8) 式が解をもてば，２つのモデルは数値計算上，関係性があることになる。

6. 数 値 実 験

まず，シャープレイ値を求める２次計画モデル（モデル A）を用いて，シャープレイ値配分に基づく生産計画結果を示し，(2.6) 式でもとめた結果と同じことを確認する。次に，生産平準化指向の生産計画モデル（モデル B）の生産平準化効果を示す。最後に，シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルと生産平準化指向の生産計画モデルとの関連性を数値計算面から明らかにするものである。

6.1 前提条件

５期間の週間生産計画問題を考える。

$$\left[\bar{d}_1, \bar{d}_2, \bar{d}_3, \bar{d}_4, \bar{d}_5\right] = \left[10, 20, 24, 6, 12\right],$$

$$\left[\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\right] = \left[3, 3, 3, 3, 3\right],$$

$$\alpha = 0.01,\quad S_0 = 10,\quad w_i = 1(i = 1, 2, \cdots, 5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 9 & 18 & 18 & 18 & 18 \\ 9 & 18 & 27 & 27 & 27 \\ 9 & 18 & 27 & 36 & 36 \\ 9 & 18 & 27 & 36 & 45 \end{bmatrix}$$

6.2 シャープレイ値配分による生産計画結果

結果を表１に示す。数値は，下２桁に丸めている。これらは，(2.6) 式で求めた結果と一致する。

6.3 ケーススタディ

統合モデル（モデル C）を用いて，case ①を除きパラメータ $q=1$ と固定し，パラメータ p を変化させた場合の生産量 $x_i\left(i=1,\cdots,n\right)$ と解 $z_i\left(i=1,\cdots,n\right)$ とシャープレイ値との差異を表２に示す。また，代表的な case について，結果を図２に示す。生産平準化指向の生産計画結果（case ⑬）とそうでない場合（case ①⑦）を図２に比較している。

（考察）

(1) 表２において，case ①は，シャープレイ値配分による生産計画（モデル A）の解であり，当然シャープレイ値との差異はない。

(2) case ⑬は，生産平準化指向の生産計画モデルの結果である。case ⑬は，図２に示すように他のケースのグラフの推移にくらべて隣り合う期の生産量の差違は小さく，平準化効果がみられる。ただし，シャープレイ値とはかい離が起きている。Case ⑦は，それらの中間である。

(3) case ②から case ⑫は，それらの中間であり，case ②から case ⑫にうつるに従って，生産平準化の効果は高くなるが，シャープ

表１ シャープレイ値配分による計画結果

	１期	２期	３期	４期	５期	合計
シャープレイ値 $-\pi_i$	15.78	29.58	36.92	20.83	28.18	131.30
$-v(\{i\})$	18.00	31.31	37.85	21.99	29.88	139.02
生産量 x_i	5.78	23.79	27.35	7.90	13.36	78.18
在庫量 $E[S_i]$	5.78	9.58	12.92	14.83	16.18	59.30

表２ パラメータ p を変化させた場合の結果

		生産量					シャープレイ値との差				
case	p	x1	x2	x3	x4	x5	$\pi1-z1$	$\pi2-z2$	$\pi3-z3$	$\pi4-z4$	$\pi5-z5$
①	1	5.78	23.79	27.35	7.90	13.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
②	100000.0	5.78	23.79	27.35	7.90	13.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
③	10000.0	5.79	23.79	27.34	7.90	13.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
④	1000.0	5.80	23.78	27.32	7.93	13.36	0.02	0.00	−0.02	0.00	0.00
⑤	100.0	5.94	23.65	27.12	8.14	13.33	0.16	0.02	−0.21	0.03	0.00
⑥	10.0	7.15	22.55	25.49	9.81	13.25	1.37	0.12	−1.74	0.17	0.07
⑦	1.0	8.00	22.14	21.30	14.41	14.03	2.21	0.56	−5.49	1.02	1.69
⑧	0.1000	8.00	22.92	19.59	15.48	13.89	2.21	1.34	−6.41	1.17	1.69
⑨	0.0100	8.00	23.04	19.36	15.60	13.89	2.21	1.46	−6.53	1.17	1.69
⑩	0.0010	8.00	23.05	19.33	15.61	13.89	2.21	1.47	−6.54	1.17	1.69
⑪	0.0001	8.00	23.05	19.33	15.61	13.89	2.21	1.47	−6.54	1.17	1.69
⑫	0.00001	8.00	23.05	19.33	15.61	13.89	2.21	1.47	−6.54	1.17	1.69
⑬	0	8.00	23.05	19.33	15.61	13.89	2.21	1.47	−6.54	1.17	1.69

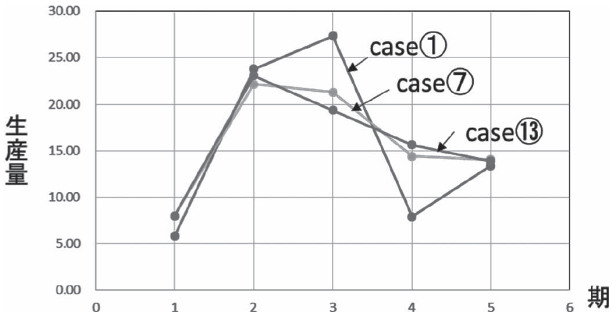

図２　統合化モデルによる代表的な case の結果比較

レイ値との差違は大きくなる。

6.4　２つのモデルの関係性検証

【定式化②】を用いて，パラメータ $q=1$（定数）とし，パラメータ p を変数とみなして，数値実験を行った。結果は，$p=52.28$，$p\sum_{S\subset N}\left(v(S)-\pi(S)\right)^2 m(S)=\sum_{i\in N}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=$ 365.74であった。すなわち，$p=52.28$ のときには，シャープレイ値となる解は存在し，かつ評価関数も同値になることが分かった。

このことから，今回の数値実験の範囲では，２つのモデルは関係性がある。

7.　お　わ　り　に

(1) シャープレイ値配分に基づく生産計画モデルをベースに，生産平準化指向の生産計画モデルを提案した。生産平準化効果を確認できた。
(2) ２つのモデルの統合化モデルを定式化した。
(3) シャープレイ値配分に基づく生産計画と生産平準化指向の生産計画モデルについて，シャープレイ値となる解は存在し，かつ評価関数も同値になる求解が可能であった。両モデル間には，関連性があることが数値実験により明らかになった。
(4) 今後は，多くのケーススタディを行うとともに，理論面から構造的に調べていくことが重要である。

謝辞：本研究に際して，深く議論していただきました大阪大学大学院奥原浩之准教授に感謝いたします。また，数値計算に関しては，大阪大学大学院生田口雄基君に感謝いたします。本研究の一部は，日本学術振興会科学研究費基盤研究（C)-25350452および広島経済大学研究費助成制度による助成を受けています。

参　考　文　献

[1] E. Hollnagel, D. D. Woods, N. Leveson, 北村正晴（監訳）：レジリエンスエンジニアリング概念と指針，日科技連（2012）
[2] S. T. Rachev, S. V. Stoyanov and F. J. Fabozzi: Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimzation, John Wiley & Sons, Inc.（2008）
[3] R. T. Rockafellar and S. Uryasev: Conditional value-at-risk for general loss distributions, Journal of Banking & Finance, Vol. 26, No. 7, pp. 1443–1471（2002）
[4] 岩沢宏和：リスク・セオリーの基礎，培風館（2010）
[5] 渡辺隆裕：ゲーム理論入門，日本経済新聞社（2013）
[6] ロバート・ギボンズ，福岡雅夫，須田伸一訳：経済学のためのゲーム理論入門，創文社（2010）
[7] 中山幹夫，舟木由喜彦，武藤滋夫：協力ゲーム理論，勁草書房（2008）
[8] 上野信行，田口雄基，奥原浩之：AVaR に基づいた週間生産計画法の提案―ゲーム理論的アプローチ―，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌 TORSJ，Vol. 58, pp. 101–121（2015）
[9] A. O. N. Rene, N. Ueno, Y. Taguchi and K. Okuhara: Multi-period Production Planning Using Shapley Value with Constraints, ICIC Express Letters, Vol. 10, No. 2, pp. 335–362（2016）
[10] 上野信行：内示情報と生産計画―持続可能な社会における先行需要情報の活用―，朝倉書店（2011）
[11] H. H. Panjar: Measurement of risk, solvency requirements, and allocation of capital within financial conglomerates, Institute of Insurance and Pension Research, University of Waterloo

Research Report, pp. 1−15（2002）
［12］B. Abbasi and S. Z. Hosseinifad: Tail conditional expectation for multivariate distributions: A game theory approach, Statistics and Probability Letters, 83, pp. 2228−2235（2013）
［13］L. M. Ruiz, F. Valenciano and J. M. Zarzuelo: The Family of Least Square Values for Transferable Utility Games, Games and Economic Behavior, Vol. 24, No. 1, pp. 109−130（1998）
［14］L. M. Ruiz, F. Valenciano and J. M. Zarzuelo: Some New Results on The Family of Least Square Values for TU Games, Sociedad de Estadistica e Investigacion Operativa, Vol. 6, No. 1, pp. 139−158（1998）
［15］T. Namekata: Probabilistic Interpretation of Nyu-valu（a solution for TU game）, Bulletin of The Economic Review at Otaru University of Commerce, Vol. 56, No. 2−3, pp. 33−40（2005）