

戦略形ゲームにおける曖昧さ回避行動の分析

堀 江 真 由 美*

概 要

本稿では、各プレイヤーが互いの行動選択に対して曖昧さ回避行動を呈する選好、特に Gilboa and Schmeidler (1989) のマックスミン期待効用で表現されている場合の 2×2 戦略形ゲームを定義し、その均衡を分析する。各プレイヤーがもつ、相手プレイヤーの行動選択上の予想集合をパラメータ表示する場合において、主観的にも曖昧さの変化が均衡行動にどのように影響を及ぼすかを考察する。

1. 序

経済行動が戦略的な状況の下で実際に行われる意思決定の場面では、あらゆる戦略や取り得る戦略の選択そのものが事前に明示的になっているわけではなく、結果や帰結をみて、どういう行動が取られたのかを知る、あるいは推論することが多くある。そのような状況の下では、相手プレイヤーの戦略選択を客観的に予想して自分の戦略を構築するというよりも、実現する結果から相手の戦略選択を推測した主観的予想に基づいて自分の行動を選択すると考える方が現実的である。

こうした複数のプレイヤーが主観的予想をベースに相互に戦略を選ぶような戦略的状況を考慮する場合、常に相手の行動選択に対する主観的予想は、たとえそれがいわゆる「純戦略」であったとしても、そこには一定の不確実性を包含すると考えられる。von Neumann-Morgenstern 型期待効用 (von Neumann and Morgenstern, 1944) は、まさにゲーム理論の創始期において、不確実な相手の行動を評価するために提案されたものであり、これは、意思決定理論の特徴付

けからすると、戦略空間上の客観的確率分布が所与である場合に相当する。

ゲームのプレイヤーが曖昧さ回避的な選好をもつ場合の均衡行動は、従来のゲーム理論の分析を拡張する形で分析されてきた。Dow and Werlang (1994) では、2 プレイヤー戦略形ゲームで、相手の行動選択に不確実性を導入し、ナッシュ均衡の均衡概念を拡張しており、2 回の繰り返しでバックワード・インダクションが成立しないことを示した。Marinacci (2000)、Eichberger and Kelsey (2000) は、Dow and Werlang (1994) のモデルを拡張し、曖昧さ回避行動がある場合の均衡行動のパターンを明らかにした。こうした研究のモチベーションは、ゲームに曖昧さを導入することで、従来のナッシュ均衡行動の有効性を吟味するという部分が大きいといえる。

一方、不確実性下の意思決定理論においては、Savage 型期待効用理論 (Savage, 1954) を拡張した形で、様々な性質を持つ曖昧さ回避的な選好の特徴付けが明らかになったことで、それらをゲームのプレイヤーの選好に適用する研究が進んでいる。Riedel and Sass (2014) では、相手の戦略選択に関する情報が確率的に不正確である場合に、ナッシュ均衡とは異なる行動が取

* 広島経済大学経済学部准教授

られることを示し、実験で得られた実証結果との整合性を吟味している。純粋主観的 (purely subjective) な定式化による不完備情報ゲームの分析は、Grant, Meneghel and Tourky (2016) に詳しい。

本稿では、 2×2 戦略形ゲームにおいて、純粋主観的な定式化を用いて、相手の行動選択に対して主観的な曖昧さをもつプレイヤーを導入し、主観的ゲームを定義する。ここでは、実現する戦略の組合せを状態 (state) とし、プレイヤーが直接観察できる結果上にもつ選好は曖昧さ回避的行動を説明できる選好関係とし、主観的均衡の条件を明らかにする。

プレイヤーの選好表現には、Gilboa and Schmeidler (1989), Alon and Schmeidler (2014) のマックスミン期待効用を用いる。その上で、プレイヤーの主観的予想を表す予想集合の“曖昧さ”の度合いを、予想集合の上限と下限を示す2つのパラメータで表現し、簡素かつ直感的に分かりやすい曖昧さの測度として用いることで、より曖昧さが増した場合の均衡行動の変化を分析する。

具体的には、各プレイヤーがもつ主観的な予想集合が拡大するという意味での曖昧さの増加を、 δ -回避的、 γ -回避的と表した場合、これらの2種類の曖昧さの増加は、均衡戦略に全く逆の影響を及ぼす。特に、混合戦略均衡の変化を男女の争いゲームで解釈すると、女性が δ -回避的になると男性は女性に譲歩するかのように女性が好む行動を選ぶ確率が高まり、 γ -回避的になると男性は利己的になるかのように男性が好む行動を選ぶ確率が高まる。

次の2では、2プレイヤー、2行動の主観的戦略形ゲームを構成し、その均衡条件を提示する。続く3では、主観的均衡の存在を示し、曖昧さが増加したときの均衡行動の変化を明らかにする。4では、数値例として男女の争いゲームを用いて、2で定義した主観的ゲームを解説

し、3で示した結果を例に即して解釈する。最後の5では、本稿の主結果を概観し、今後の拡張の必要性を議論する。

2. モデル

プレイヤー集合 N が $\{1, 2\}$ 、プレイヤー1, 2の行動集合 A_i , $i = 1, 2$ が $|A_i| = 2$ の 2×2 戦略形ゲーム $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ を次のように構成する。それぞれのプレイヤーが行動を選択し合っ
て生じる結果を X_i , $|X_i| \geq 2$, $i = 1, 2$ で表す。 X_1 , X_2 は任意の集合としてよい。行動集合 $A = A_1 \times A_2$ から、ある行動の組合せ $(a_1, a_2) \in A$ が実現したとき、結果は $(x_1, x_2) \in X$, $X = X_1 \times X_2$ となる。具体的には、表1で表されるような 2×2 戦略形ゲームである。

表1 2×2 戦略形ゲーム

	a_{21}	a_{22}
a_{11}	x_{11}, y_{11}	x_{12}, y_{12}
a_{12}	x_{21}, y_{21}	x_{22}, y_{22}

それぞれ A_i , $i = 1, 2$ 上のすべての確率分布の集合を Δ_i で、 A 上のすべての確率分布の集合を Δ で表す。プレイヤー i , $i = 1, 2$ の戦略は、混合戦略 $\sigma_i \in \Delta_i$ とする。両プレイヤーが互いに独立に混合戦略をプレイするとき、その組合せ $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ は A 上の確率分布を生成するので $\sigma \in \Delta$ となる。前述のとおり、各プレイヤーは相手の混合戦略に対して主観的な曖昧さをもつ。本稿の設定では、混合戦略 σ_i (確率分布) の集合をプレイすることで、故意に相手に曖昧さをもたせる「戦略的曖昧さ」は含まない。

互いに相手の行動選択に対して曖昧さ回避行動を呈するプレイヤーを次のように定式化する。状態集合 Ω 上に定義されるプレイヤー i の行動-結果関数を $f_i: \Omega \rightarrow X_i$, $i = 1, 2$ とし、 F_i をすべての f_i の集合とする。プレイヤー i , $i = 1, 2$ の F_i 上に定義された選好関係を弱順序 \succsim_i で

表す。 \succsim_i , \sim_i は、それぞれ \succsim_i の非対称部, 対称部を表す。Savage の主観的期待効用理論での枠組みでいえば、プレイヤーの選好関係 \succsim_i は F_i 上に定義されているが、ゲームのプレイに際しては $A \subset \Omega$ 上の行動-結果関数を考えればよい。 \succsim_i , $i = 1, 2$ の効用表現を $V_i: F_i \rightarrow \mathbb{R}$ とする。ここでは、Gilboa and Schmeidler (1989), その純粹主観的特徴付けの Alon and Schmeidler (2014) のマックスミン期待効用を用いる。ここでは、2つの結果から成る行動-結果関数のみの評価であるため、より一般的なクラスの選好関係である biseparable preference (Ghirardato and Marinacci, 2001) を用いたとしても以下の分析に変わりはない。

\succsim_i の効用表現 V_i は

$$V_i(f_i) = \min_{p \in C_i} \sum_{a \in A} p(a) u_i(f_i(a)), \quad (1)$$

ここで $C_i \subset \Delta_i$ は非空な閉凸集合, $u_i: X \rightarrow \mathbb{R}$ は非減少かつ連続な効用関数である。各プレイヤーが互いに相手の行動に対してもつ予想集合 C_i は、選好関係 \succsim_i から導出される。

プレイヤーが主観的な予想を持ち、行動の結果から行動選択の組合せの実現を知るという設定から、各プレイヤーの各行動選択の組合せに対応する結果は無差別ではないとしておく。また、通常のゲームの場合と同様に、ゲームの要素 N , A , $(\succsim_i)_{i \in N}$ はプレイヤー全員の共有知識であるものとする。各プレイヤーは相手プレイヤーの行動選択に対して主観的な曖昧さを感じるが、そのこと自体は互いに認識し合っている。

3. 主観的均衡と曖昧さ回避

ゲーム $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ の均衡を、ナッシュ均衡を拡張した形で、次のように定義する。

定義 1 $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$ がゲーム $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ の主観的均衡であるとは、プレイヤー i ,

$i, j = 1, 2, j \neq i$ の戦略 σ_i^* と C_i が

$$\sigma_i^* \in \arg \max_{\sigma_i \in \Delta_i} \min_{p \in C_i} \sum_{a \in A} p(a) u_i(f_i(a)),$$

かつ $\sigma_j^* \in C_i$ であるときをいう。

主観的均衡には2つの条件がある。相手の行動選択に対する主観的予想の下で最も好ましい戦略が選ばれていること（最適性）、相手の均衡戦略が予想集合に含まれるという意味で、相手の均衡戦略を正しく予想していること（主観的予想の整合性）を必要とする。通常のナッシュ均衡の定義には、この予想の整合性の条件は、「相手の均衡戦略を所与として」の部分に含まれている。したがって、主観的均衡は、ナッシュ均衡を予想が集合の場合に拡張したものである。

主観的予想の整合性の条件は、個々のプレイヤーの合理性とプレイヤー間のインタラクションに関わる。プレイヤーの合理性では、ゲームの要素がプレイヤー間の共有知識であり、各プレイヤーが相手の効用評価を認識し、一定の正確さをもって予想することができる、ということ意味する。

任意の選好関係を考えた場合、最適性は満たしているが、予想の整合性を満たせないために主観的均衡にならない場合もある。その反面、予想集合が大きい選好をもつ、極端な例では、行動1をプレイする確率 p が $p \in [0, 1]$ であるような予想集合の場合は、いかなる相手の戦略も整合性の条件を満たすことになる。そこで以下では、この予想集合をパラメータで表し、主観的均衡を定量的に分析していく方針から、プレイヤーの予想集合が次の条件を満たすような選好関係を分析対象とする。

まず、プレイヤー2が行動 a_{21} をとる確率を $q \in [0, 1]$ とし、 q を所与としたときのプレイヤー1の予想集合を

$C_1(\delta_1, \gamma_1, q) = \{\pi \in [0, 1] \mid q - \delta_1 \leq \pi \leq q + \gamma_1\}$ であると仮定する。ただし、 $\delta_1, \gamma_1 \in [0, 1]$ とする。プレイヤー1が行動 a_{1k} ($k=1, 2$) をプレイするとき (1) は

$$V_1(f_1(a_{1k})) = \begin{cases} (q - \delta_1)u_{k1} + (1 - (q - \delta_1))u_{k2} & \text{if } u_{k1} \geq u_{k2} \\ (q + \gamma_1)u_{k1} + (1 - (q + \gamma_1))u_{k2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

となる。なお、 u_{ik} は $u_1(x_{ik})$ を省略して記したものである。同様に、プレイヤー1が行動 a_{11} をとる確率を $p \in [0, 1]$ とし、 p を所与としたときのプレイヤー2の予想集合を

$$C_2(\delta_2, \gamma_2, p) = \{\pi \in [0, 1] \mid p - \delta_2 \leq \pi \leq p + \gamma_2\}$$

とする (ただし、 $\delta_2, \gamma_2 \in [0, 1]$)。プレイヤー2が行動 a_{2l} ($l=1, 2$) をプレイするとき (1) は

$$V_2(f_2(a_{2l})) = \begin{cases} (p - \delta_2)v_{l1} + (1 - (p - \delta_2))v_{l2} & \text{if } v_{l1} \geq v_{l2} \\ (p + \gamma_2)v_{l1} + (1 - (p + \gamma_2))v_{l2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

となる。なお、 v_{ij} は $u_2(y_{ij})$ を省略して記したものである。

上記の δ_i, γ_i はそれぞれ予想集合 C_i の下限と上限を表し、これらが大きくなるほど予想集合が大きくなる、つまり主観的な曖昧さが増加する。 δ_i, γ_i はプレイヤー i の選好関係 \succsim_i から定まるパラメータであるので、相手プレイヤーはこれらを認識してはいるが変更させることはできない。例えば、 δ_1 の増加と γ_1 の増加は共に曖昧さを増加させるが、 δ_1 はプレイヤー2が a_{21} を選ぶことに対する曖昧さ、 γ_1 はプレイヤー2が a_{22} を選ぶことに対する曖昧さに対応しており、いずれも V_1 の減少をもたらす。そこで、下限の減少 (δ_i の増加) を δ -回避的、上限の上昇 (γ_i の増加) を γ -回避的として区別しておく。

\succsim_i^0 を \succsim_i の $\delta_i = \gamma_i = 0$ と置いた V_i で表現できる選好関係だとすると、 \succsim_i^0 は Savage 型期

待効用で表現できる。したがって、ゲーム $\{N, A, (\succsim_i^0)_{i \in N}\}$ は、プレイヤー i の選好関係 \succsim_i^0 が期待効用で表現されるので、通常の標準形ゲームのナッシュ均衡を適用することができる。

以下では、一般性を失うことなく $x_{11} \succ_1 x_{21}$ とする。表1を u_{ij} , v_{ij} , $i=1, 2$ を用いた利得表の形式で書き直すと、表2のようになる。

表2 2×2 戦略形ゲームの利得表

	a_{21}	a_{22}
a_{11}	u_{11}, v_{11}	u_{12}, v_{12}
a_{12}	u_{21}, v_{21}	u_{22}, v_{22}

結果の好ましさに応じて、 $\{N, A, (\succsim_i^0)_{i \in N}\}$ には次の3パターンのナッシュ均衡が存在する。なお、プレイヤー1が行動 a_{11} をとる確率を p 、プレイヤー2が行動 a_{21} をとる確率を q としておく。

(1) 一意な純戦略ナッシュ均衡

$u_{11} > u_{21}$ に加えて、 a_{11} , a_{21} , a_{22} のいずれかが強支配戦略であると、一意な純戦略ナッシュ均衡となる。

(2) 一意な混合戦略ナッシュ均衡

$u_{11} > u_{21}$ に加えて、 $u_{22} > u_{12}$, $v_{12} > v_{11}$, $v_{21} > v_{22}$ のとき、 $p^0 \in (0, 1)$, $q^0 \in (0, 1)$ なる混合戦略ナッシュ均衡が存在し

$$p^0 = \frac{v_{21} - v_{22}}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})},$$

$$q^0 = \frac{u_{22} - u_{12}}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})}$$

である。

(3) 3つのナッシュ均衡

$u_{11} > u_{21}$ に加えて、 $u_{22} > u_{12}$, $v_{11} > v_{12}$, $v_{22} > v_{21}$ のとき、 (a_{11}, a_{21}) , (a_{12}, a_{22}) が実現する純戦略ナッシュ均衡が2つと、混合戦略ナッシュ均衡が存在し

$$p^0 = \frac{v_{22} - v_{21}}{(v_{22} - v_{21}) + (v_{11} - v_{12})},$$

$$q^0 = \frac{u_{22} - u_{12}}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})}$$

である。

命題 1 2×2 戦略形ゲーム $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ には、主観的均衡が存在する。

証明. $\{N, A, (\succsim_i^0)_{i \in N}\}$ のナッシュ均衡は $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ の主観的均衡であることから岡田 (2011) p. 33 定理 2.4 より明らかである。■

命題 2 2×2 戦略形ゲーム $\{N, A, (\succsim_i)_{i \in N}\}$ の任意の主観的均衡では、

(i) 任意の純戦略均衡は、 δ あるいは γ のわずかな変化に対して不変である、

(ii) 任意の混合戦略均衡の $\sigma_i^*(a_{i1})$, $i = 1, 2$, $i \neq j$ は

$$\frac{\partial \sigma_i^*(a_{i1})}{\partial \delta_j} \geq 0, \quad \frac{\partial \sigma_i^*(a_{i1})}{\partial \gamma_j} \leq 0,$$

つまり、 \succsim_j がより δ -回避的になると増加し、 \succsim_j がより γ -回避的になると減少する。

証明. (i) $u_{11} > u_{21}$ が仮定されているので、 $v_{11} > v_{12}$ であるとし、 (a_{11}, a_{21}) が純戦略の主観的均衡結果、つまり $\sigma_1^*(a_{11}) = \sigma_2^*(a_{21}) = 1$ であるとする。加えて、 $u_{11} > u_{12}$ かつ $u_{22} > u_{21}$ とすると、

$$(1 - \delta_1)u_{11} + \delta_1 u_{12} > (1 + \gamma_1)u_{21} + \gamma_1 u_{22}$$

が成立しているので、 $\delta_1 < 1$ であれば、わずかな変化に対して上式の不等号は変わらない。したがって、 σ_1^* が変わらないので σ_2^* も変わらず、 σ^* は不変である。同様のことが任意の純戦略均衡に対して成立するので、任意の純戦略均衡は、 δ_i あるいは γ_i のわずかな変化に対して不

変である。

(ii) $\{N, A, (\succsim_i^0)_{i \in N}\}$ に混合戦略ナッシュ均衡が存在しなければ、混合戦略の主観的均衡も存在しないことは明らかなので、 $x_{11} \succ_1 x_{21}$ に加えて $x_{22} \succ_1 x_{12}$ としてよい。

(a) $v_{12} > v_{11}$, $v_{21} > v_{22}$ かつ $u_{11} > u_{12}$, $u_{22} > u_{21}$ とする。この場合、プレイヤー 1 の a_{11} と a_{12} を無差別にする、プレイヤー 2 の $\sigma_2^*(a_{21})$ を q^* としておく

$$(q^* - \delta_1)u_{11} + (1 - (q^* - \delta_1))u_{12}$$

$$= (q^* + \gamma_1)u_{21} + (1 - (q^* + \gamma_1))u_{22}$$

より

$$q^* = \frac{u_{22} - u_{12} + \delta_1(u_{11} - u_{12}) - \gamma_1(u_{22} - u_{21})}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})}$$

なる。この場合、上述の仮定から

$$\frac{\partial q^*}{\partial \delta_1} = \frac{u_{11} - u_{12}}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})} > 0,$$

$$\frac{\partial q^*}{\partial \gamma_1} = -\frac{u_{22} - u_{21}}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})} < 0,$$

すなわち δ_1 の増加は q^* の増加、 γ_1 の増加は q^* の減少をもたらす。

プレイヤー 2 が混合戦略 $q^* \in (0, 1)$ をプレイしているとして、プレイヤー 1 の混合戦略 p^* を考える。プレイヤー 2 にとっての、それぞれの戦略の組合せで生じる結果の好ましさに応じて、混合戦略均衡を次の 3 ケースに場合分けする。

(a-1) プレイヤー 2 の利得が $v_{11} < v_{21}$, $v_{12} > v_{22}$ の場合、

$$(p^* + \gamma_2)v_{11} + (1 - (p^* + \gamma_2))v_{21}$$

$$= (p^* - \delta_2)v_{12} + (1 - (p^* - \delta_2))v_{22}$$

から

$$p^* = \frac{v_{21} - v_{22} + \delta_2(v_{12} - v_{22}) - \gamma_2(v_{21} - v_{11})}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})}$$

であるから

$$\frac{\partial p^*}{\partial \delta_2} = \frac{v_{12} - v_{22}}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})} > 0,$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial \gamma_2} = -\frac{v_{21} - v_{11}}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})} < 0.$$

δ_2 の増加は p^* の増加, γ_2 の増加は p^* の減少をもたらす。

(a-2) プレイヤー 2 の利得が $v_{11} > v_{21}$, $v_{12} > v_{22}$ の場合,

$$(p^* - \delta_2)v_{11} + (1 - (p^* - \delta_2))v_{21}$$

$$= (p^* - \delta_2)v_{12} + (1 - (p^* - \delta_2))v_{22}$$

から

$$p^* = \frac{v_{21} - v_{22} + \delta_2(v_{12} - v_{11} + v_{21} - v_{22})}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})}$$

であるから

$$\frac{\partial p^*}{\partial \delta_2} = 1 > 0, \quad \frac{\partial p^*}{\partial \gamma_2} = 0.$$

δ_2 の増加は p^* の増加, γ_2 の増加は p^* に影響しない。

(a-3) プレイヤー 2 の利得が $v_{11} < v_{21}$, $v_{12} < v_{22}$ の場合,

$$(p^* + \gamma_2)v_{11} + (1 - (p^* + \gamma_2))v_{21}$$

$$= (p^* + \gamma_2)v_{12} + (1 - (p^* + \gamma_2))v_{22}$$

から

$$p^* = \frac{v_{21} - v_{22} - \gamma_2(v_{21} - v_{11} + v_{22} - v_{12})}{(v_{21} - v_{22}) + (v_{12} - v_{11})}$$

であるから

$$\frac{\partial p^*}{\partial \delta_2} = 0, \quad \frac{\partial p^*}{\partial \gamma_2} = -1 < 0.$$

δ_2 の増加は p^* に影響しないが, γ_2 の増加は p^* を減少させる。

プレイヤー 1 が混合戦略 $p^* \in (0, 1)$ をプレイしているとして, プレイヤー 2 の混合戦略 q^* を考える。プレイヤー 1 にとっての結果の好ましさに応じて, (a) を除くと次の 2 ケース (b), (c) となる。(それぞれの場合における, p^* の変化は (a) と同様になるので, ここでは省略する。)

(b) プレイヤー 1 の利得が $u_{12} > u_{11}$, $u_{22} > u_{21}$ の場合

この場合, プレイヤー 1 の a_{11} と a_{12} を無差別にする, プレイヤー 2 の q^* は, δ_1 には依存しない

$$(q^* + \gamma_1)u_{11} + (1 - (q^* + \gamma_1))u_{12}$$

$$= (q^* + \gamma_1)u_{21} + (1 - (q^* + \gamma_1))u_{22}$$

から

$$q^* = \frac{u_{22} - u_{12} - \gamma_1(u_{22} - u_{12} + u_{11} - u_{21})}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})}$$

となる。この場合, q^* は δ_1 には依存していないので

$$\frac{\partial q^*}{\partial \delta_1} = 0, \quad \frac{\partial q^*}{\partial \gamma_1} = -1 < 0$$

より, δ_1 の増加で q^* は不変, γ_1 の増加は q^* の減少をもたらす。

(c) プレイヤー 1 の利得が $u_{11} > u_{12}$, $u_{21} > u_{22}$ の場合

この場合, プレイヤー 1 の a_{11} と a_{12} を無差別にする, プレイヤー 2 の q^* は, γ_1 には依存しない

$$(q^* - \delta_1)u_{11} + (1 - (q^* - \delta_1))u_{12}$$

$$= (q^* - \delta_1)u_{21} + (1 - (q^* - \delta_1))u_{22}$$

から

$$q^* = \frac{u_{22} - u_{12} + \delta_1(u_{22} - u_{12} + u_{11} - u_{21})}{(u_{22} - u_{12}) + (u_{11} - u_{21})}$$

となる。この場合、 q^* は γ_1 には依存せず

$$\frac{\partial q^*}{\partial \delta_1} = 1 > 0, \quad \frac{\partial q^*}{\partial \gamma_1} = 0$$

となるため、 δ_1 の増加で q^* は増加し、 γ_1 の増加で q^* は不変となる。

いずれの場合でも、 δ_i , $i = 1, 2$ の増加で p^* , q^* は増加（あるいは不変）し、 γ_i の増加で p^* , q^* は減少（あるいは不変）となる。■

3.1 具体例による解釈

前節の結論を解釈するために、男女の争いゲーム（表3）を用いて解説する。表3の利得表は、女性が行を、男性が列を選ぶプレイヤーとして (u_{ij}, v_{ij}) の値が記入されている。

表3 男女の争いゲーム

	バレエ	ボクシング
バレエ	3, 1	0, 0
ボクシング	0, 0	1, 3

このゲームの $\{N, A, (\succsim_i^0)_{i \in N}\}$ には3つのナッシュ均衡、女性、男性ともにバレエ、女性、男性ともにボクシングを確率1で選ぶ純戦略均衡2つと、女性がバレエを3/4、男性がバレエを1/4の確率で選ぶ混合戦略均衡が存在する。女性にとっては（バレエ、バレエ） \succ_1 （ボクシング、ボクシング）であるが、男性にとっては（ボクシング、ボクシング） \succ_2 （バレエ、バレエ）であるため、2つの純戦略ナッシュ均衡の間にも好みの対立（男女の争い）がある。混合戦略均衡において、それぞれバレエを選択する確率は、相手が各行動から得る期待利得を均等にするように定まる。

このゲームの主観的均衡は、少なくともナッシュ均衡と同じ3種類の主観的均衡が存在する。

以下では、単純化のために、女性がバレエを選ぶ確率を $p \in [0, 1]$ 、男性がバレエを選ぶ確率を $q \in [0, 1]$ と書く。

まず、（バレエ、バレエ）の純戦略の主観的均衡では、女性はバレエ、男性はバレエを確率1で選択する。女性の予想集合 C_1 は

$$C_1(\delta_1, \gamma_1, 1) = \{\pi \in [0, 1] \mid 1 - \delta_1 \leq \pi \leq 1 + \gamma_1\}$$

となるが、女性がバレエを確率1で選ぶのが均衡となるためには、

$$3(1 - \delta_1) \geq 0$$

となる。次に、男性の予想集合 C_2 は

$$C_2(\delta_2, \gamma_2, 1) = \{\pi \in [0, 1] \mid 1 - \delta_2 \leq \pi \leq 1 + \gamma_2\}$$

となるが、男性がバレエを確率1で選ぶのが均衡となるためには、

$$1 - \delta_2 \geq 0$$

であるが、いずれも $\delta_i, \gamma_i \in [0, 1)$, $i = 1, 2$ であるので制約にはならない。したがって、女性はバレエ、男性はバレエを確率1で選ぶ（混合戦略）均衡を含む、すなわち $q^* = 1 \in C_1$ かつ $p^* = 1 \in C_2$ であるため、予想集合の均衡条件も満たしている。（ボクシング、ボクシング）の場合も同様に主観的均衡であることがいえる。

次に、混合戦略の主観的均衡を考察する。利得構造は、 $u_{11} > u_{12}$ かつ $u_{22} > u_{21}$, $v_{11} > v_{21}$ かつ $v_{22} > v_{12}$ が成立しているため、

$$p^* = \frac{3 + \delta_2 - 3\gamma_2}{4}, \quad q^* = \frac{1 + 3\delta_1 - \gamma_1}{4}$$

となる。このとき、プレイヤー i , $i = 1, 2$ の均衡におけるマクスマン期待利得は、

$$V_i^* = \frac{3(1 - \delta_i - \gamma_i)}{4}$$

となる。

女性の δ_1 が増加するという意味でより δ -回避的になると、男性がバレエを選択する確率が増えるため、2人でバレエを観に行く確率は増加する。これは、女性が感じる曖昧さの下限 δ が減少すると、強く好む方であるバレエの評価を相対的に下げることになり、これに応じて、混合戦略均衡を維持するには、男性がバレエを選ぶ確率 q を増加させる必要があるからである。男性にとっては、バレエとボクシングからは同じマクスマン期待利得を得られるので、 q^* の変化は利得を変化させない。

逆に、女性の γ_1 が増加するという意味でより γ -回避的になると、男性がバレエを選択する確率は減少し、ボクシングを観に行く確率が増加する。これは、女性が感じる曖昧さの上限 γ の増加は、好ましくない方のボクシングの評価を相対的に上げることになり、男性がバレエを選ぶ確率 q を減少させ、自分が好むボクシングを選ぶ確率を上げてよいからである。

しかし、女性の均衡マクスマン期待利得は、 δ -回避的、 γ -回避的のいずれの場合でも減少する。これは、 δ_1 のわずかな変化は、女性の利得を下げる δ の効果と q の増加を通じて利得を上げる効果があるものの、 δ_1 が直接利得を下げる直接的効果の方が大きいことに起因する。これは γ_1 増加のケースでも同様である。

さらに、 δ と γ を同時に等量変化させる場合、均衡戦略 q^* に与える影響は利得の大きさに依存する。例えば、女性の δ_1 、 γ_1 が同時に増加すると、 q の変化分 dq は、このゲームの利得構造では $\frac{3}{4}d\delta_1 - \frac{1}{4}d\gamma_1$ となり、 $d\delta_1 = d\gamma_1$ ならば $\frac{1}{2}d\gamma_1 > 0$ であるので、男性がバレエを選ぶ確率 q^* は増加する。

このゲームのプレイを客観的に観察すると、実際には (p^*, q^*) がプレイされる。女性がより δ -回避的になった場合は q^* の増加をもたらすので、(バレエ, バレエ) がプレイされる確率

$p^* \times q^*$ は増加するが、これは男性が女性に譲歩したような変化、あるいは女性に有利な変化として観察される（実際には、前述の通り、女性のマクスマン期待利得は減少する）。これに対して、女性がより γ -回避的になった場合、(ボクシング, ボクシング) がプレイされる確率 $(1-p^*)(1-q^*)$ は増加する。これは、男性がより利己的になったような変化、あるいは男性に有利な変化として観察される（実際には、前述の通り、男性のマクスマン期待利得は変わらない）。したがって、 δ -回避的、 γ -回避的という2種類の変化は、客観的には全く逆の変化として観察されることになる。このような主観的に定まるパラメータ δ 、 γ やその変化は、外部からは客観的に観察しにくいので、理論的なナッシュ均衡予測からの逸脱や乖離には、主観的な曖昧さに起因する場合が関係している可能性がある。

4. 結 論

本稿は、 2×2 主観的戦略ゲームを定義し、その主観的均衡において、主観的な曖昧さの増加がゲームの均衡にどのような影響を及ぼすかを考察した。主観的な曖昧さの増加を、 δ -回避的、 γ -回避的としてパラメータ表示した場合、この2種類の曖昧さの増加は、均衡戦略に異なる影響を及ぼす。この均衡戦略の変化を男女の争いゲームに代表される利得構造をもつゲームの混合戦略均衡で解釈すると、女性が δ -回避的になるとバレエに出かける確率が高まり、 γ -回避的になるとボクシングに出かける確率が高まるという異なる変化に相当する。

今回、プレイヤーの効用表現として、マクスマン期待効用を用いたが、この場合、相手プレイヤーの曖昧さ回避の変化は、自分の利得に影響を及ぼさない構造になっている。しかしながら、例えば男女の争いの例でいえば、女性の主観的な曖昧さ回避の変化が、インタラクショ

ンを通して男性の利得に影響を及ぼすことも考えられる。この場合、もう少し複雑な構造を持つ効用表現を導入して分析を進めていく必要がある。

多くの実験研究で報告されている、理論的なナッシュ均衡予測との乖離は多種多様であるが、現実には、主観的な曖昧さを導入することで解消することができると思えば、そのためにより精緻かつ柔軟なモデルを構築することが今後の課題として不可欠である。

参 考 文 献

- Alon, S. and D. Schmeidler, "Purely Subjective Maxmin Expected Utility," *Journal of Economic Theory*, vol. 152, July, 2014, pp. 382–412.
- Azrieli, Yaron, and Roei Teper. "Uncertainty aversion and equilibrium existence in games with incomplete information." *Games and Economic Behavior* 73.2 (2011): 310–317.
- Dow, J. and S. Werlang. "Nash equilibrium under Knightian uncertainty: breaking down backward induction." *Journal of Economic Theory* 64.2 (1994): 305–324.
- Eichberger, J. and D. Kelsey. "Non-additive beliefs and strategic equilibria." *Games and Economic Behavior* 30.2 (2000): 183–215.
- Ellsberg, E. "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms," *Quarterly Journal of Economics*, 75, 1961, pp. 643–669.
- Ghirardato, P. and M. Marinacci. "Risk, ambiguity, and the separation of utility and beliefs." *Mathematics of Operations Research* 26.4 (2001): 864–890.
- Gilboa, I. and D. Schmeidler, "Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior," *Journal of Mathematical Economics*, vol. 18, 1989, pp. 141–153.
- Grant, S., I. Meneghel, and R. Tourky. "Savage games." *Theoretical Economics* 11.2 (2016): 641–682.
- Horie, M. "Strategic Uncertainty in Signaling Games with Multiple Priors," 横浜経営研究, 第28巻第1号 (2008): pp. 103–116.
- Marinacci, M. "Ambiguous games." *Games and Economic Behavior* 31.2 (2000): 191–219.
- Riedel, F. and L. Sass. "Ellsberg games." *Theory and Decision* 76.4 (2014): 469–509.
- Savage, L. J. *The Foundations of Statistics*, New York, Wiley, 1954.
- von Neumann, J. and O. Morgenstern, *Theory of games and economic behavior*, Princeton university press, 1944. 2nd edition 1947, 1953.
- 岡田 章 (2011) 『ゲーム理論 新版』 有斐閣