広島経済大学経済研究論集
第31巻第３号　2008年12月

シュタッケルベルク・ゲームでの公共財の自発的供給モデル

新　垣　繁　秀*

はじめに

公共財についての基本的な問題は，大きく二つに区分できる。一つは，公共財の効率的な供給のメカニズムがどのようなものであるかであり，各メンバーの誘因両立性を満たし，効率的な資源配分を実現する公共財供給のメカニズム・デザインについての研究である。二つめは，公共財供給はどのようにして実現するかである，いわゆる『公共財の自発的供給』といわれるモデルである。これは公共財についても私的な供給がなされることに注目して，その均衡の状況を分析するというものである。各メンバーは自らの初期資源を私的な消費に向けるか，公共財への自発的な貢献に振り向けるかを決定する。当然，メンバーの個人合理性を前提にする限り，メンバーは他のメンバーの貢献にフリーライドの誘因を持つ。このフリーライド問題が解決されていない状況では，各メンバーの公共財への自発的な拠出はパレート効率性を実現しない。個人合理性と社会的合理性との乖離を起点に，そこからいかにして効率的な方向へ導いていくか，公共政策として考察すべきモデルを提供することが出来る。

さて，公共財の自発的供給モデルに関しては，これまで様々なモデルが提示されている。その中でも，Warr（1982，83）は先駆となる公共財の自発的供給に関する，中立性命題を提示した(1)。それは，ナッシュ的な状況下，公共財の自発的な供給を前提にすると，政府が所得の再分配政策を実施しても，再分配が適当な範囲におさまっている限り，均衡配分には変化がないというものであった（中立性命題)。

その後，多くの研究者は公共財の自発的供給と，所得分配あるいは政府による公共財の公的供給との関係を分析するようになった。主な彼らの関心事は中立性命題が成立しない状況を導き出すというものであった。Bergstrom, Blume and Varian (1986) は，この結果をより一般化し，公共財の負担についての非負制約とコーナー解の存在するケース，あるいは公共財が複数あるケースを検討した。特に各メンバ

* 広島経済大学経済学部准教授

ーがナッシュ均衡下で，最適な公共財の自発的供給量を決める場合，自らの所得が低いか，あるいは他からの公共財供給の総和が自らの最適な公共財の需要量を上回ることがあれば，所得をすべて私的財の消費に振り向けるというコーナー解を選択するケースがある。その際，一括固定税の徴収，政府の所得移転政策が，実質的な効果を持つことを示した。

本稿はVarian（1994）を手がかりに，モデルをTwo－Agentモデルからn－Agentモデルに拡張し，公共財の自発的供給についての検討を行う。以下，次のように構成されている。まず基本モデルを提示し，公共財のパレート効率条件（サミュエルソン条件)，ナッシュ均衡，シュタッケルベルク均衡における均衡の性質をみていく。最後に，得られた結論について，関数を特定化した中で検討していく。

2．基本モデル

2．1　基本的設定

この節では，3節以降で扱うモデルの基本的設定とその準備を行なう。

まず，この経済は対称的なn人からなり，各メンバー$(i=1, \cdots, n)$は，一つの公共財Gと，一つの私的財x_iを消費する。各メンバーの選好は，効用関数によって表される。

$$u^i = u^i(x_i, \mathrm{G}), \qquad i = 1, \cdots, n \tag{1.1}$$

ここで二回微分可能な連続関数，強増加関数，強い意味の準凹を仮定。また私的財，公共財とも正常財と仮定し，公共財は純粋公共財とする。

私的財一単位の投入で公共財一単位が生産できる線形技術を仮定する。各メンバーの初期保有の私的財$w_i>0$の中から拠出した財g_iの線形結合（単純合計）が公共財総量Gとなる。

$$\mathrm{G} \equiv \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{g}_i \tag{1.2}$$

$\mathrm{G}_{-i}=\mathrm{G}-\mathrm{g}_i$ は，メンバーi以外が拠出した公共財の総量を示す。またメンバーiの予算制約は，

$$x_i + \mathrm{g}_i = w_i, \qquad i = 1, \cdots, n \tag{1.3}$$
$$\mathrm{g}_i \geq 0$$

経済全体として満たすべき実行可能な私的財と公共財の資源配分を示す制約式は，

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + \mathrm{G} = \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (1.4)$$

いかなる配分 $(\{w_i\}_{i=1}^{n}, \{\mathrm{g}_i\}_{i=1}^{n})$ も，（１．４）式を満たさなければならない。

２．２　公共財のパレート効率的供給条件

この後の公共財の自発的供給モデルを考察する上のメルクマークとして，公共財のパレート効率的供給条件を示しておく。パレート効率的な資源配分は，公共財と私的財の限界代替率の和がこれら二財の限界変形率に等しいという「サミュエルソン条件」および「実行可能性条件」から導かれる。仮定からここでは限界変形率の値は１。これは私的財で測った公共財の限界費用が１になることを意味する。

$$\begin{aligned} &\max_{x_1, \mathrm{G}} u^1(x_1, \mathrm{G}) \\ &\text{s.t. } u^i(x_i, \mathrm{G}) = \bar{u}^i, \qquad i=2, \cdots, n \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i + \mathrm{G} = \sum_{i=1}^{n} w_i \\ &\mathrm{g}_i \geq 0 \end{aligned} \qquad (\mathrm{P.E})$$

これから公共財のパレート効率的供給条件が次式で示せる。

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{MRS}^i_{\mathrm{G},\mathrm{X}i}(x_i, \mathrm{G}) = 1 \qquad (2.1)$$

但し，$\mathrm{MRS}^i_{\mathrm{G},\mathrm{X}i}(x_i, \mathrm{G}) \equiv \dfrac{\partial u^i(x_i,\mathrm{G}) / \partial \mathrm{G}}{\partial u^i(x_i,\mathrm{G}) / \partial x_i}$

私的財のみの経済における効率的資源配分の条件との差異は明白である。これは競争的な価格メカニズムは，公共財のパレート効率的な配分を達成することは失敗することを意味している。

また経済全体の実行可能性条件を示す制約式は，

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + \mathrm{G} = \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (2.2)$$

である。

３．公共財の自発的供給モデル

この節では，既に記した基本モデルの設定の下，n－Agent 経済を想定し，ナッシュ均衡，シュタックケルベルク均衡での，公共財の自発的供給の性質について検討する。

３．１ ナッシュ均衡における公共財供給

各メンバーは公共財の供給のため，初期保有の私的財 w_i を自発的に拠出し，残りは私的財として自らが消費 x_i をするとする。また仮定により私的財一単位で公共財一単位が生産されることから，公共財総量 G は各メンバーの拠出した私的財 g_i の総和からなる。したがって，他から拠出された公共財も変数として効用関数に入ることから，公共財の自発的供給モデルを他メンバーの拠出水準を所与とした[2]，最適行動をとるゲーム的状況として，捉えることができる[3]。

３．１．１ ナッシュ均衡における公共財供給[4]

以上のことから，各メンバー $(i=1, \cdots, n)$ が公共財への拠出水準を決定する際に，解くべき問題は，

$$\max_{x_i,\, g_i} u^i(x_i, g_i+G_{-i}),\quad G = g_i + G_{-i}$$
$$\text{s.t. } x_i + g_i = w_i,\qquad i = 1, \cdots, n \qquad (\text{N.E})$$
$$g_i \geq 0$$

によって表現される。また内点解を仮定すれば，一階条件は，

$$\mathrm{MRS}^i_{G,x_i}(x_i, g_i+G_{-i}) = 1,\quad i = 1, \cdots, n \qquad (3.1)$$

となる。ここで，

$$\mathrm{MRS}^i_{G,x_i}(x_i, g_i+G_{-i}) \equiv \frac{\partial u^i(x_i, g_i+G_{-i}) / \partial G}{\partial u^i(x_i, g_i+G_{-i}) / \partial x_i}$$

この n 個の一階条件式の解がナッシュ均衡 $(g_1^{ne}, \cdots, g_n^{ne})$ である。ここで（３．１）式は次の事実を意味する。

(i) ナッシュ均衡における公共財の供給はパレート効率性は実現せず，公共財の供

給は過少となる。

すべてのメンバーについての（３．１）式の総和は，

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{MRS}^{i}_{\mathrm{G},xi}(x_i, \mathrm{g}_i + \mathrm{G}_{-i}) = n \qquad (3.2)$$

であり，（２．１）式との比較から，パレート効率性が実現せず，また公共財は過少供給となることが確認できる。

３．１．２　中立性命題

ここでは，中立性命題と併せて，ナッシュ均衡の一意性を確認する。上述の最適化問題（N．E）を次のように変更する。

$$\begin{aligned} &\max_{x_i,\mathrm{G}} u^i(x_i, \mathrm{G}), \ \ \mathrm{G} = \mathrm{g}_i + \mathrm{G}_{-i} \\ &\text{s.t. } x_i + \mathrm{G} = \mathrm{M}_i, \qquad i = 1, \cdots, n \\ &\qquad\qquad\qquad \mathrm{M}_i \equiv w_i + \mathrm{G}_{-i} \end{aligned} \qquad (\mathrm{N.N.E})$$

制約式を考慮すれば，新たな最適化問題の一階条件は，

$$\frac{\partial u^i(\mathrm{M}_i - \mathrm{G}, \mathrm{G}) / \partial \mathrm{G}}{\partial u^i(\mathrm{M}_i - \mathrm{G}, \mathrm{G}) / \partial x_i} = 1 \qquad (3.3)$$

となり，これから総所得 M_i に関する公共財 G の需要関数として，

$$\mathrm{G} = \phi_i(\mathrm{M}_i) = \phi_i(w_i + \mathrm{G}_{-i}), \qquad 0 < \frac{d\phi_i}{d\mathrm{M}_i} < 1, \qquad i = 1, \cdots, n$$

(5)

が得られる。この逆関数をとれば，この各メンバーの逆需要関数は，

$$w_i + \mathrm{G}_{-i} = \phi_i^{-1}(\mathrm{G}), \quad 1 < \frac{d\phi_i^{-1}}{d\mathrm{M}_i} \qquad (3.4)$$

(6)

であり，この各メンバーの逆需要関数を足し合わせると，

$$\sum_{i=1}^{n} w_i + (n-1)\mathrm{G} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i^{-1}(\mathrm{G}) \qquad (3.5)$$

が得られる。これを書き直すと，

$$\sum_{i=1}^{n}\phi_i^{-1}(\mathrm{G})-(n-1)\mathrm{G}=\sum_{i=1}^{n}w_i \qquad (3.6)$$

が成立する。（3．6）式は，次の事実を意味している。

(ii)　ナッシュ均衡での公共財は一意に決まり，初期保有量が与えられた中で，所得移転を行っても均衡が変化しない，すなわち中立性命題が成立する。

（3．6）式の左辺を F(G) とすれば，この関数は G についての増加関数である。したがって，初期保有量 $\sum_{i=1}^{n}w_i$ が与えられれば，ナッシュ均衡での公共財総量は一意に決まる。またこの式より初期保有量が与えられた中で，所得移転を行っても均衡は変化しない。すなわち中立性命題が確認できる。

3．2　シュタックケルベルク・ゲームにおける公共財供給

ナッシュ的な公共財の自発的供給では，各メンバーは他のメンバーの公共財の拠出を所与として，自らの最適な供給行動を決定する。その他に，ある特定のメンバーがリーダーとなり，他のメンバーの反応関数を考慮して，自らの最適な負担量を決めるという状況も考えられる。

本節では，シュタッケルベルク・ゲームの設定下での公共財の供給プロセスを検討する。このプロセスにおける自発的な公共財供給については，既に Varian(1994) などによって，一人のリーダー，一人のフォロワーからなる Two−Agent モデルの設定から，ナッシュ均衡との比較，および公共財の中立性命題についての考察がなされている。[(7)]

以下，Two−Agent モデルを，一人がリーダーであり，残り（$n-1$）人がフォロワーである n−Agent 経済にモデルを拡張し，Varian（1994）によって得られた結論を再現してみる。

シュタッケルベルク･ゲームの設定の下，一人のメンバーをリーダー（$i=1$）として，まず自発的公共財を g_1^s 水準で供給する。その後，残り（$n-1$）人のフォロワー（$i=2,\cdots,n$）は，リーダーの公共財供給量水準を観察し，公共財を g_1^s 水準で供給するものとする。また，（$n-1$）人のフォロワーは，リーダーの公共財供給量水準 g_1^s を所与として，ナッシュ競争を行う。ここで，リーダーは（$n-1$）人のフォロワーの Aggregate Response Function（集計的反応関数）[(8)] は既知である，仮定をおく。

集計的反応関数 $\mathrm{G}_{-1}(g_1)$ は，まず特定のメンバー（ここでは $i=1$）を除いた，残り全員の（3．4）式の総計で得られる。集計的反応関数 $\mathrm{G}_{-1}(g_1)$ を，陰伏的に下式

で与える。

$$\sum_{i=2}^{n} w_i + (n-1)(\mathrm{G}_{-1}+\mathrm{g}_1) - \mathrm{G}_{-1} = \sum_{i=2}^{n} \phi_i^{-1}(\mathrm{G}) \qquad (3.7)$$

（３．７）式は，フォロワー $(i=2,\cdots,n)$ におけるナッシュ均衡を満たし，リーダーの供給する公共財の所与の水準 g_1 に対応した，フォロワーの均衡供給量の総和の動きを記述している。

したがって，リーダー $(i=1)$ が解くべき問題は，次のように表現できる。

$$\begin{aligned} &\max_{x_1,\mathrm{G}} u^1(x_1, \mathrm{g}_1+\mathrm{G}_{-1}(\mathrm{g}_1)) \\ &\text{s.t. } x_1 + \mathrm{g}_1 = w_1 \\ &\qquad \mathrm{g}_1 \geq 0 \end{aligned} \qquad (\mathrm{S.E})$$

内点解を仮定すれば，一階の条件は，

$$\mathrm{MRS}^1_{\mathrm{G},x1}(w_1-\mathrm{g}_1, \mathrm{g}_1+\mathrm{G}_{-1}(\mathrm{g}_1))\left(1+\frac{d\mathrm{G}_{-1}(\mathrm{g}_1)}{d\mathrm{g}_1}\right)=1 \qquad (3.8)$$

となり，シュタッケルベルク均衡は，上記の一階条件を満たす $(\mathrm{g}_1^s,\cdots,\mathrm{g}_n^s)$ として表せる。これから，この均衡におけるリーダーおよび $(n-1)$ 人のフォロワー全体の状況をナッシュ均衡との比較から検討を行う。（３．８）式は，n－Agent 経済にモデルにおいても，Two－Agent 経済モデルを用いて分析した Varian (1994) と同様な帰結が得られることを意味している。その事実をまとめると，

(i)　ナッシュ均衡と比べ，シュタッケルベルク均衡では，リーダー $(i=1)$ の公共財の供給は過少となる。すなわち $\mathrm{g}_1^{ne}>\mathrm{g}_1^s$ が成立する。

公共財G，私的財 x は，正常財という仮定より，
①$\frac{\partial \mathrm{MRS}^1(x_1,\mathrm{G})}{\partial \mathrm{G}}<0$ および②$\frac{\partial \mathrm{MRS}^1(x_1,\mathrm{G})}{\partial x_1}<0$ が成立し，また③$-1<\frac{d\mathrm{G}_{-1}}{d\mathrm{g}_1}<0$ が成立する[(9)]。したがって，既に３．２節で得た（３．１）式，（３．８）式さらには上記の①，②，③の関係から，$\mathrm{g}_1^{ne}>\mathrm{g}_1^s$ が導出される。

(ii)　ナッシュ均衡と比較し，シュタッケルベルク均衡では，公共財の総供給量は過少となる。すなわち $G^{ne} > G^{s}$ が成立する。

公共財の総供給量は，

$$G = g_1 + G_{-1}(g_1), \quad \frac{dG_{-1}(g_1)}{dg_1} > 0$$ [10]

で与えられる。これから，上述したように(i)$g_1^{ne} > g_1^{s}$ が成立すれば，当然 $G^{ne} > G^{s}$ が導かれる。

(iii)　ナッシュ均衡と比べ，シュタッケルベルク均衡では各フォロワーによる公共財供給量は増加する。すなわち $g_i^{ne} > g_i^{s}$ が成立する $(i=2, \cdots, n)$。

シュタッケルベルク均衡では，フォロワーは，リーダーの公共財供給量 g_1^{s} を所与として，ナッシュ均衡を解くことから，次式を満たすように行動する。

$$MRS^{i}_{G,xi}(w_i - g_i, G) = 1, \qquad i=2, \cdots, n \qquad (3.1)'$$

全微分して，書き直せば，

$$\frac{dg_i}{dG} = \frac{\partial MRS^{i}(x_i, G)/\partial G}{\partial MRS^{i}(x_i, G)/\partial x_i} \qquad (3.10)$$

仮定より，① $\frac{\partial MRS^{i}(x_i, G)}{\partial G} < 0$，② $\frac{\partial MRS^{i}(x_i, G)}{\partial x_i} > 0$ が成立。さらに③ $\frac{dg_i}{dG} < 0$ が成立していることから，(ii) $G^{ne} > G^{s}$ が成立すれば $g_i^{ne} < g_i^{s}$ が導かれる。

(iv)　ナッシュ均衡と比べシュタッケルベルク均衡においては，リーダーの厚生はより高まり，フォロワーの厚生は低くなる。

これは(i)(ii)(iii)の事実より明白。リーダーはフリーライドを行うことで，厚生水準を高めることができる。

4. コブ・ダグラス型効用関数による例解

これまでの基本モデルの諸仮定を維持し，効用関数をコブ・ダグラス型効用関数に特定化する。以下，パレート効率，ナッシュ均衡およびシュタッケルベルク均衡の三つのケースにおける公共財供給の比較検討を行っていく。

4．1　パレート効率的配分

パレート効率的な資源配分は，公共財と私的財の限界代替率の和がこれら二財の限界変形率に等しいという「サミュエルソン条件」，および「実行可能性条件」から導かれた。

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{(1-\alpha)/\mathrm{G}}{\alpha/x_i}=1 \qquad \text{サミュエルソン条件}$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i+\mathrm{G}=\sum_{i=1}^{n}w_i \qquad \text{実行可能性条件}$$

この2式から公共財供給のパレート効率水準は，

$$\mathrm{G}^{\mathrm{p}}=(1-\alpha)\sum_{i=1}^{n}w_i \tag{4.1}$$

として，求められる。

4．2　ナッシュ均衡での公共財供給

ナッシュ均衡における公共財供給の総量水準 G^{ne}，各メンバー $(i=1,\cdots,n)$ の公共財への拠出水準 (g_i^{ne}) の導出，パレート効率水準との比較および中立性命題についての確認をしていく。まず，最適化行動をとるメンバーの解くべき問題は，

$$\max_{\mathrm{g}_i} u^i=\alpha\,\mathrm{In}\,x_i+(1-\alpha)\,\mathrm{In}\,\mathrm{G},\quad 0<\alpha<1$$

$$\text{s.t. } x_i+\mathrm{g}_i=w_i$$

で与えられる。一階条件は，

$$-\frac{\alpha}{x_i}+\frac{1-\alpha}{\mathrm{G}}=0 \tag{4.2}$$

となり，また経済全体の実行可能性条件を示す制約式は，

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + \mathrm{G} = \sum_{i=1}^{n} w_i \tag{4.3}$$

となる。

ナッシュ均衡での公共財供給の総量水準 G^{ne} は，一階条件（4．2）式，実行可能性制約（4．3）式から，

$$\mathrm{G}^{ne} = \frac{1-\alpha}{1+(n-1)\alpha}\sum_{i=1}^{n} w_i \tag{4.4}$$

となる。また（4．2）式と（4．4）式から，各メンバーが公共財への拠出する私的財の水準 g_i^{ne} は，

$$\mathrm{g}_i^{ne} = w_i - \frac{\alpha}{1+(n-1)\alpha}\sum_{i=1}^{n} w_i, \quad i = 1, \cdots, n \tag{4.5}$$

となる。これは，次の二つの事実(i)，(ii)を意味する。

(i) $\mathrm{G}^{\mathrm{P}} > \mathrm{G}^{ne}$。パレート効率的な公共財の供給に比べ，ナッシュ均衡における公共財の供給は過少となる（(4．1）式，（4．4）式より)。

(ii) 所得の再分配政策をおこなっても，ナッシュ均衡での公共財供給水準が変化しないという，中立性命題の成立がする（(4．4）式，（4．5）式より)。

4．3 シュタッケルベルク均衡での公共財供給

シュタッケルベルク・ゲームの設定下，リーダー（i=1）は，自発的公共財を $\mathrm{g}_1^{\mathrm{s}}$ 水準で供給する。その後，(n−1) 人のフォロワーはリーダーの公共財供給量水準 $\mathrm{g}_1^{\mathrm{s}}$ を所与として，ナッシュ競争を行うとする。またリーダーは (n−1) 人のフォロワーの Aggregate Response Function（集計的反応関数）を既知として行動するという，仮定をおく。

リーダー (i=1) を除く，全てのメンバー (i=2, … ,n) の一階条件（4．2）式を足し合わすと，

$$\mathrm{G}_{-1}(\mathrm{g}_1) = -\frac{\alpha(n-1)}{(1-\alpha)+\alpha(n-1)}\mathrm{g}_1 + \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+\alpha(n-1)}\sum_{i=2}^{n} w_i \tag{4.6}$$

を得る。この式はリーダーの公共財供給水準 g_1 をパラメーターとし，ナッシュ均衡を満たす下での，残りのメンバーの選択行動を表している。$\mathrm{G}_{-1}(\mathrm{g}_1)$ は集計的反応

関数であり，リーダーはこの関数を既知として，次の最適化問題を解くことになる。

$$\max_{g_1} u^1 = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln (g_1 + G_{-1}(g_1)), \quad 0 < \alpha < 1$$
$$\text{s.t. } x_1 + g_1 = w_1$$
$$g_1 \geq 0$$

これを解くと，シュタッケルベルク･ゲームの設定下，リーダー (i=1) の自発的公共財 g_1^s 水準は，

$$g_1^s = w_1 - \alpha \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (4.7)$$

で表現される。したがって，$G = g_1 + G_{-1}(g_1)$ から，この経済全体の公共財供給総量は，

$$G^s = \frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha) + \alpha(n-1)} \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (4.8)$$

となる。またシュタッケルベルク･ゲームにおける，各フォロワー (i=2, …, n) による公共財供給量 g_i^s 水準は，

$$g_i^s = w_i - \frac{\alpha(1-\alpha)}{(1-\alpha) + \alpha(n-1)} \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (4.9)$$

で求まる。

以上，コブ･ダグラス型効用関数に特定化して得られた（4．5）式～（4．9）式は，次の事実(i)～(v)を意味する。

(i)　ナッシュ均衡と比較し，シュタッケルベルク均衡では，リーダー (i=1) の公共財の供給は過少となる傾向がある（(4．5）式，（4．7）式より)。

(ii)　ナッシュ均衡と比較し，シュタッケルベルク均衡では，公共財の総供給量は過少となる。すなわち $G^{ne} > G^s$ が成立する（(4．4）式，（4．8）式より)。

(iii)　ナッシュ均衡と比較し，シュタッケルベルク均衡では，各フォロワー（i= 2，…, n）による公共財供給量は増加する。すなわち $g_i^{ne} < g_i^s$ が成立する（(4．5）式，（4．9）式より)。

(iv)　ナッシュ均衡より，シュタッケルベルク均衡においては，リーダーの厚生はより高まり，フォロワーの厚生は低くなる(上記(i)(ii)(iii)の事実より明白)。リーダーは

フリーライダーとして，厚生水準を高めている。
⑸　公共財供給の中立性命題が成立（(４．７）式，（４．８）式，（４．９）式より)。

結語

公共財モデルは，地方分権における地方と中央の役割，あるいは補助金など所得移転の経済分析を行う上での枠組みを与えてくれる。その中で，中立性命題をはじめとし，私的財のみの経済では起こりそうもない逆説的な結論が多く出ている。

さて本稿では，公共財の自発的供給の基本モデルについて検討を加え，中立性命題の成立を確認した。また公共財の自発的供給モデルでは，各メンバーが自ら拠出する公共財の外部経済を考えずに，最適化問題を解くことから拠出水準が過少となり，パレート効率を実現できないこと，さらには，シュタッケルベルク均衡においては，それがより過少となることを確認した。これは，リーダーが公共財供給を先導しているにも拘らず，結果的にフリーライドしてしまうことを意味している。それはリーダーが他のメンバーの反応関数を既知としている仮定から生じている。

先導者がフリーライドによって厚生を高めることが出来るのであれば，合理的行動を前提とした場合，当然，メンバー全員にフリーライドのインセンティブが働くことになる。そうであれば，先手で公共財を拠出する主体，後手で公共財を拠出する主体が，どのように内生的に決定されるかを分析し，均衡解の性質，中立性命題に関する政策的な命題を検討する必要性があると考えられる。

注

⑴　但し，この命題は Shibata（1971）によっても導出されている。
⑵　多くの公共財の自発的供給モデルは，このようなナッシュ的推測を仮定している。また Sugden, R., (1985) では推測的な変化の概念を導入したモデルで公共財供給の分析がなされている。
⑶　このゲーム的状況を表すと，公共財を拠出しようとする各メンバーがプレイヤー，そのメンバー i が拠出する公共財水準 g_i が戦略となる(戦略集合は非負の実数 R_+)。また戦略プロファイル $(g_1,\cdots,g_n)$ が与えられたとき，各メンバーの利得は効用関数 $u^i(w_i-g_i, g_i+G_{-i})$ で示せる。ここで $G=g_i+G_{-i}$。戦略プロファイル $(g_1^{ne},\cdots,g_n^{ne})$ がナッシュ均衡であるための条件は，
すべての $i\in\{i\}_{i-1}^n$ と，すべての $g_i\in R_+$ について，
$$u^i(w_i-g_i^{ne},g_i^{ne}+G_{-i}^{ne})\geq u^i(w_i-g_i, g_i+G_{-i}^{ne})$$
⑷　Bergstrom,Blume and Varian（1986）を参照。
⑸　私的財，公共財とも正常財の仮定から，これが要請される。すなわち制約式 $x_i+G=$

M_i, $M_i \equiv w_i + G_{-i}$. および公共財需要関数 $G = \phi_i(M_i)$ から，$x_i = M_i - \phi_i(M_i)$ が得られる。これから私的財が正常財 $\left(0 < \frac{dX_i}{dM_i}\right)$ かつ公共財も正常財 $\left(0 < \frac{d\phi_i}{dM_i}\right)$ が成立する条件は，$0 < \frac{d\phi_i}{dM_i} < 1$。

(6)　$0 < \frac{d\phi_i}{dM_i} < 1$ であれば，逆関数については，$0 < \frac{d\phi_i^{-1}}{dM_i}$，脚注 4 参照。

(7)　Buchhol et al.（1997）では，シュタッケルベルク・ゲームの設定下，公共財を拠出するプロセスで，フォロワーがリーダーに戦略的所得移転する可能性を展開した。また彼らは，それが結果的に両方の厚生を改善する可能性があることを示した。

(8)　Aggregate Response Function (集計的反応関数) については，Boadway, and Hayashi（1999）を参照。

(9)　これらの証明については，Boadway, and Hayashi (1999) の Lemma 3，LemmaA1 を参照。

(10)　ここでの符号については，$-1 < \frac{dG_{-1}}{dg_1} < 0$ の事実から直ちに確認できる。

参　考　文　献

Bergstrom,T. L. Blume, and H. Varian.,（1986）. “On the private provision of a public goods,” *Journal of Public Economics* 29, 25-49

Boadway, R., and M. Hayashi.,（1999）. “Country size and voluntary provision of international public goods,” *Journal of Political Economy* 15, 619-638

Buchhol, W., Konrad, K. A, Lommerud, k. J.,（1997）. “Stackelberg leadership and transfers in private provision of public goods,” *Review of Economic Design* 3, 29-43

Shibata, H.,（1971）. “A bargaining model of a pure theory of public expenditure,” *Journal of Political Economy* 79, 1-28

Sugden, R.,（1985）. “Consistent conjectures and voluntary provision to public goods : why the conventional theory does not work,” *Journal of Public Economics* 27, 117-124

Varian, H.,（1994）. “Sequential contributions to public goods,” *Journal of Public Economics* 53, 165-186

Warr, P. G.,（1982）. “Pareto optimal resistribution and private charity,” *Journal of Public* Economics 19, 131-138

Warr, P. G.,（1983）. “The private provision of a public goods is independent of the distribution of income,” *Economic Letters* 13, 207-211